

UNIVERSIDADE DE LISBOA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO



**REPRESENTAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DE DADOS E MEDIDAS
ESTATÍSTICAS POR ALUNOS DO 3º ANO DO CURSO DE
MATEMÁTICA DA ESCOLA SUPERIOR PEDAGÓGICA DO BIÉ-
ANGOLA**

Amado Leonardo André

MESTRADO EM EDUCAÇÃO

Área de Especialidade de Didática da Matemática

Dissertação orientada pela Profª Doutora Ana Cláudia Correia Batalha Henriques

2018

UNIVERSIDADE DE LISBOA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO



REPRESENTAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DE DADOS E MEDIDAS
ESTATÍSTICAS POR ALUNOS DO 3ºANO DO CURSO DE MATEMÁTICA DA
ESCOLA SUPERIOR PEDAGÓGICA DO BIÉ-ANGOLA

Amado Leonardo André

Dissertação

Mestrado em Educação

Didática da Matemática

Dissertação orientada pela Profª Doutora Ana Cláudia Batalha Henriques

2018

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus todo-poderoso pelo dom da vida que me concedeu e por tudo quanto fez, faz e fará na minha vida.

Gostaria de agradecer ao Governo de Angola, em especial ao Instituto Nacional de Gestão de Bolsas de Estudos, pela bolsa de mestrado.

Agradeço também ao Diretor Geral da Escola Superior Pedagógica do Bié pelo, incentivo, força de vontade e coragem que me proporcionou.

Ao então Diretor do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, João Pedro da Ponte, que tudo fez para que eu pudesse conseguir o visto de estudos. Ao coletivo de Professores, em particular do Departamento de Didática da Matemática, que muito fizeram para que chegasse ao fim da minha formação com sucesso.

À minha orientadora Prof^a Doutora Ana Cláudia Batalha Henriques pela boa vontade, disponibilidade, pela proeza e excelência de seu saber, prestado no processo de execução desta obra. Muito obrigado pelos ensinamentos.

Aos meus familiares que durante os dois anos estiveram diretamente envolvidos na minha formação, em especial a minha querida esposa (Henriqueta Wandi) e os meus filhos.

Aos alunos do 3º ano do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié, do ano letivo 2016, onde realizei a minha investigação.

Para os amigos agradeço aqueles que direta ou indiretamente estiveram envolvidos nesta nobre tarefa, e para os colegas aquele abraço pelos dois anos de luta.

Resumo

Este estudo surge motivado pela minha preocupação em melhorar as minhas práticas de ensino, contribuindo igualmente para o ensino e aprendizagem da Estatística no contexto onde as desenvolvo. Tem como objetivo analisar o desempenho dos alunos do 3º ano do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié-Angola, no final da unidade de Estatística descritiva, em tarefas envolvendo a representação e interpretação de dados e medidas estatísticas de localização. O estudo é fundamentado nas orientações curriculares e por uma revisão de literatura sobre o ensino e aprendizagem da Estatística e as dificuldades dos alunos neste tema. Os dados foram recolhidos a partir das resoluções escritas individuais dos alunos das seis tarefas propostas em sala de aula no final da leção da disciplina de Probabilidade e Estatística II.

As suas respostas foram descritas quantitativamente, tendo em conta a sua classificação em corretas, incorretas e não resposta e posteriormente, analisadas qualitativamente no que respeita ao modo como os alunos constroem e interpretam tabelas de frequência e representações gráficas e à compreensão que revelam das medidas estatísticas de localização. Foram analisadas também as suas dificuldades nestes aspetos. Os resultados do estudo mostram que os alunos revelam dificuldades na identificação da variável em estudo e em relacionar o seu tipo com as características e potencialidades das representações para organizar os dados, levando-os a cometer erros na construção da tabela de frequências e na seleção de gráficos. Na construção dos diferentes tipos de gráficos, os alunos apresentaram essencialmente falta de rigor. Quanto à compreensão de gráficos, os alunos revelaram bom desempenho nas questões de leitura dos dados mas mostram dificuldades nas questões que requerem, para além da leitura, realizar operações matemáticas e identificar tendências nos dados e fazer inferências com base neles. Para além disso, os alunos revelaram pouca compreensão em atribuir significado assim como em reconhecer as propriedades das medidas estatísticas de localização.

Palavras-chave: Representação de dados; Compreensão de gráficos estatísticos; Medidas estatísticas de localização; Ensino superior.

Abstract

This study is motivated by my concern in improving my teaching practices, contributing also to improve the teaching and learning of Statistics in the context where I develop them. The objective of this study is to analyze the performance of 3rd year students from the graduation in Mathematics at the Higher Pedagogical School of Bié-Angola, after finishing the descriptive statistics unit, in tasks involving the representation and interpretation of data and statistical measurements of location. The rational of the study is the curricular guidelines and a review of the literature on the teaching and learning of Statistics and the difficulties of students in this topic. Data were collected from students' individual written resolutions of the six tasks proposed in the classroom at the end of the Probability and Statistics II course.

The students' answers to the tasks were quantitatively described, taking into account their classification as correct, incorrect and non-response, and then were analyzed qualitatively on how students construct and interpret frequency tables and graphical representations and their understanding of statistical measures of location. Their difficulties were also analyzed regarding these aspects. The results of the study reveal students' difficulties in identifying the variable in study and in relating its type to the characteristics and potentialities of the graphical representations to organize the data, leading them to make errors in the construction of the frequency table and in the selection of graphs. In the construction of the different types of graphs, the students showed essentially lack of rigor. Concerning graph comprehension, the students have good performance on questions requiring reading the data but show difficulties in questions that require, in addition to the reading, to perform mathematical operations and to identify trends in the data as well as to make inferences based on them. Students also revealed little understanding in assigning meaning and in recognizing the properties of statistical measurements of location.

Keywords: Data representation; Understanding statistical graphs; Statistical measures of location; Higher education.

Índice

Agradecimentos	i
Resumo	ii
Abstract.....	iii
Índice.....	iv
Índice de figuras.....	vi
Índice de tabelas.....	ix
Capítulo I	1
Introdução	1
1.1. Motivações pessoais e pertinência de estudo.....	1
1.2. Objetivo e questões de Estudo.....	4
1.3. Organização do trabalho.....	4
Capítulo II	6
Ensino e aprendizagem da Estatística.....	6
2.1. Resenha histórica sobre o ensino da Estatística	6
2.2. As orientações atuais para o ensino e a aprendizagem da Estatística	7
2.3. A Estatística no contexto educativo angolano	11
2.3.1. <i>A Estatística no contexto educativo angolano</i>	11
2.3.2. <i>Particularidades na Escola Superior Pedagógica do Bié</i>	12
2.4. Representação de dados estatísticos	14
2.4.1. <i>Representações gráficas</i>	14
2.4.2. <i>Alguns tipos de gráficos</i>	16
2.4.3. <i>Compreensão de gráficos: leitura, interpretação e construção</i>	17
2.5. Medidas Estatísticas.....	19
2.6. Dificuldades e erros na construção e interpretação de gráficos e medidas estatísticas	22
Capítulo III.....	27
Metodologia	27
3.1. Opções metodológicas	27

3.2. Contexto e Participantes	28
3.3. Recolha de dados.....	31
3.4. Análise de dados	34
Capítulo IV	36
Análise dos dados.....	36
Tarefa 1- “Inquérito a um grupo de compradores de carro”.....	36
Tarefa 2 - “Automóveis vendidos”	45
Tarefa 3 - “Vamos pesar laranjas”	50
Tarefa 4 - “Quantos segundos se conseguem estar sem respirar”	61
Tarefa 5 - “Países Produtores de Arroz”	67
Tarefa 6 - “Ordenados na empresa”	72
Capítulo V	79
Conclusões e Reflexão final.....	79
5.1. Síntese do estudo	79
5.2. Conclusões	80
5.2.1. Construção e interpretação de tabelas de frequências e diferentes representações gráficas	80
5.2.2. Compreensão das medidas estatísticas de localização	84
5.3. Reflexão Final	85
5.3.1. Limitações e implicações do estudo	85
5.3.2. Proposta Pedagógica.....	86
5.3.3. Reflexão pessoal.....	91
Referências	94
Anexos	

Índice de figuras

Figura 1 - Resposta correta do aluno 28	37
Figura 2 - Resposta incorreta do aluno 1	38
Figura 3 - Resposta incorreta do aluno 19	39
Figura 4 - Resposta incorreta do aluno 19	40
Figura 5 - Resposta incorreta do aluno 9	41
Figura 6 - Resposta correta do aluno 7	41
Figura 7 - Resposta incorreta do aluno 1	42
Figura 8 - Resposta correta do aluno 19	42
Figura 9 - Resposta incorreta do aluno 5	42
Figura 10 - Resposta correta do aluno 10	43
Figura 11 - Resposta incorreta do aluno 18	43
Figura 12 - Resposta incorreta do aluno 1	44
Figura 13 - Resposta incorreta do aluno 19	44
Figura 14 - Resposta incorreta do aluno 9	44
Figura 15 - Resposta correta do aluno 8	46
Figura 16 - Resposta correta do aluno 4	47
Figura 17 - Resposta incorreta do aluno 18	47
Figura 18 - Resposta correta do aluno 7	48
Figura 19 - Resposta correta do aluno 2	48
Figura 20 - Resposta incorreta do aluno 11	49
Figura 21 - Resposta incorreta do aluno 20	49
Figura 22 - Resposta correta do aluno 5	49
Figura 23 - Resposta incorreta do aluno 24	50
Figura 24 - Resposta incorreta do aluno 18	50
Figura 25 - Resposta correta do aluno 3	51
Figura 26 - Resposta incorreta do aluno 24	51
Figura 27 - Resposta incorreta do aluno 2	51
Figura 28 - Resposta incorreta do aluno 14	52
Figura 29 - Resposta correta do aluno 8	52
Figura 30 - Resposta incorreta do aluno 24	52
Figura 31 - Resposta correta do aluno 21	52
Figura 32 Resposta incorreta do aluno 15	53

Figura 33 - Resposta correta do aluno 2	53
Figura 34 - Resposta correta do aluno 10	53
Figura 35 - Resposta incorreta do aluno 5	54
Figura 36 - Resposta incorreta do aluno 6	54
Figura 37 - Resposta incorreta do aluno 11	54
Figura 38 - Resposta correta do aluno 5	55
Figura 39 - Resposta incorreta do aluno 14.....	55
Figura 40 - Resposta incorreta do aluno 24.....	55
Figura 41 - Resposta correta do aluno 7	56
Figura 42 - Resposta incorreta do aluno 14.....	56
Figura 43 - Resposta incorreta do aluno 13.....	57
Figura 44 - Resposta correta do aluno 16	57
Figura 45 - Resposta correta do aluno 10	57
Figura 46 - Resposta incorreta do aluno 20.....	58
Figura 47 - Resposta incorreta do aluno 11.....	58
Figura 48 - Resposta correta do aluno 11	58
Figura 49 - Resposta incorreta do aluno 9	59
Figura 50 - Resposta correta do aluno 2	59
Figura 51 - Resposta correta do aluno 16	59
Figura 52 - Resposta incorreta do aluno 9	60
Figura 53 - Resposta incorreta do aluno 3	61
Figura 54 - Resposta correta do aluno 2	62
Figura 55 - Resposta incorreta do aluno 3	63
Figura 56 - Resposta correta do aluno 21	63
Figura 57 - Resposta incorreta do aluno 11.....	63
Figura 58 - Resposta incorreta do aluno 27.....	64
Figura 59 - Resposta incorreta do aluno 21.....	64
Figura 60 - Resposta incorreta do aluno 5	65
Figura 61 - Resposta incorreta do aluno 2	65
Figura 62 - Resposta incorreta do aluno 11.....	65
Figura 63 - Resposta incorreta do aluno 21.....	65
Figura 64 - Resposta incorreta do aluno 21.....	66
Figura 65 - Resposta incorreta do aluno 6	66

Figura 66- Resposta incorreta do aluno 13.....	66
Figura 67 - Resposta correta do aluno 19	68
Figura 68 - Resposta incorreta do aluno 20.....	68
Figura 69 - Resposta correta do aluno 22	69
Figura 70 - Resposta correta do aluno 19	69
Figura 71 - Resposta correta do auno 7	69
Figura 72 - Resposta incorreta do aluno 21.....	70
Figura 73 - Resposta incorreta do aluno 21.....	70
Figura 74 - Resposta incorreta do aluno 6	71
Figura 75 - Resposta incorreta do aluno 11.....	71
Figura 76 - Resposta incorreta do aluno 11	72
Figura 77 - Resposta incorreta do aluno 25.....	72
Figura 78 - Resposta correta do aluno 21	73
Figura 79 - Resposta incorreta do aluno 20.....	74
Figura 80 - Resposta incorreta do aluno 18.....	74
Figura 81 - Resposta incorreta do aluno 18.....	74
Figura 82 - Resposta incorreta do aluno 11.....	74
Figura 83 - Resposta incorreta do aluno 21.....	75
Figura 84 - Resposta correta do aluno 10	76
Figura 85 - Resposta incorreta do aluno 14.....	76
Figura 86 - Resposta correta do aluno 21	76
Figura 87 - Resposta correta do aluno 11	76
Figura 88 - Resposta correta do aluno 7	77
Figura 89 - Resposta incorreta do aluno 19.....	77
Figura 90 - Resposta incorreta do aluno 3	77
Figura 91 - Resposta incorreta do aluno 14.....	78
Figura 92 - Resposta incorreta do aluno 3	78

Índice de tabelas

Tabela 1 - Modelo de literacia estatística (Gal, 2002)	8
Tabela 2 - Erros e dificuldades na seleção e construção de gráficos	24
Tabela 3 - Erros e dificuldades na interpretação de gráficos	25
Tabela 4 – Erros e Dificuldades de alunos do 7º ano, 12º ano e ensino superior com as medidas de tendência central (Fernandes, 2009)	26
Tabela 5 - Tarefas e objetivos curriculares	32
Tabela 6 - Distribuição do número de alunos por tipo de respostas às questões da tarefa 1	36
Tabela 7 - Distribuição do número de alunos por tipo de respostas às questões da tarefa 2	45
Tabela 8 - Distribuição do número de alunos por tipo de resposta às questões da tarefa 3	51
Tabela 9 - Distribuição do número de alunos por tipo de resposta às questões da tarefa 4	62
Tabela 10 - Distribuição do número de alunos por tipo de resposta às questões da tarefa 5	67
Tabela 11 - Distribuição do número de alunos por tipo de resposta às questões da tarefa 6	73
Tabela 12- Tarefas da proposta pedagógica.....	89

Capítulo I

Introdução

Neste capítulo faço uma breve introdução ao trabalho a realizar, apresentando as motivações que me levaram a realizar o estudo, a sua pertinência e o objetivo e as questões de estudo a que procuro responder. Termina com a organização do trabalho.

1.1. Motivações pessoais e pertinência de estudo

Tudo teve início quando, em 2012, comecei a lecionar na Escola Superior Pedagógica do Bié. No final do mesmo ano fui informado que no ano seguinte iria lecionar a disciplina de Probabilidade e Estatística ao curso de Matemática, para professores e futuros professores. No plano curricular da Escola Superior Pedagógica do Bié, a disciplina de Probabilidade e Estatística é lecionada em dois semestres subdividindo-se em: Probabilidade e Estatística I e II. A disciplina de Probabilidade e Estatística I é lecionada no segundo semestre do 2º ano do curso de Matemática, num total de 45 horas letivas. Já a Probabilidade e Estatística II é lecionada no primeiro semestre do 3º ano, num total de 60 horas letivas, respeitando o regime de precedência. É neste semestre que é abordada a unidade de ensino Estatística Descritiva que, segundo o seu programa, tem como objetivo geral “Explicar a organização de dados não agrupados e agrupados” e como objetivo de ensino “Elaborar tabelas de frequências para dados não agrupados e agrupados, assim como a sua interpretação analítica e gráfica” (MES, 2009, p. 4).

Como refere Batanero (2001), é necessário “experimentar e avaliar métodos específicos para o ensino da Estatística, para não se pautar sempre pelos princípios gerais do ensino da Matemática posto que o ensino da Estatística é muito diferente do determinista da cultura tradicional das aulas de Matemática” (p. 7). Reconhecendo que no meu percurso académico tive uma deficiente formação em Estatística e para melhor me preparar para o seu ensino, senti necessidade de frequentar uma formação didática-pedagógica de Estatística que decorreu na vizinha província do Huambo-Angola. Nos anos letivos de 2013 a 2015, ao lecionar a disciplina de Probabilidade e Estatística II, identifiquei grandes dificuldades de aprendizagem nos alunos do curso de Matemática, como sejam: (i) Falta de noções básicas para acompanhar o trabalho realizado na disciplina, atendendo a que alguns só têm contacto com a Estatística quando ingressam na universidade; (ii)

Dificuldades na resolução de tarefas envolvendo diferentes tipos de gráficos estatísticos, cometendo erros na leitura, interpretação e construção dos mesmos; (iii) Dificuldades em atribuir significado ao resultado encontrado e em comunicar as conclusões de uma análise estatística e (iv) Dificuldades na compreensão das medidas estatísticas de localização. Estas dificuldades foram também encontradas em outros estudos e em diferentes níveis de ensino. Por exemplo, em alunos do 9º ano, Morais (2011) identifica dificuldades relacionadas com a falta de rigor na construção do gráfico e com a seleção de um gráfico adequado para representar a situação proposta. Arteaga (2010), no seu estudo com futuros professores, detetou erros e dificuldades na construção de gráficos circulares e deparou-se com as seguintes dificuldades na leitura e interpretação de gráficos: níveis de leitura insuficientes, confusão entre os elementos do gráfico devido a construção incorreta do gráfico e confusão entre os valores da variável e da frequência.

Estas dificuldades são frequentemente atribuídas à forma como a Estatística é apresentada aos alunos, num ensino focado no domínio das técnicas mas que não garante a compreensão das mesmas nem a capacidade de interpretar os seus resultados (Henriques & Fernandes, 2015).

No decorrer da parte curricular deste mestrado que estou a realizar no Instituto de Educação, particularmente na unidade curricular de Didática das Probabilidades e Estatística, contactei com as recentes orientações curriculares para o ensino da Estatística (GAISE, 2005; NCTM, 2007) e diversos estudos em Educação Estatística (Martins & Ponte, 2010; Santos & Ponte, 2014; Henriques & Oliveira, 2012; Henriques & Fernandes, 2015; Henriques & Antunes, 2014; Sosa, 2010; Arteaga, 2010; Batanero, 2000). O trabalho realizado com base nestes documentos levou-me a perceber que o ensino da Estatística tem sido alvo de mudanças recentes, devido à reconhecida importância que os processos estatísticos assumem na sociedade e à valorização da capacidade de a usar no local de trabalho, na vida pessoal e como cidadãos (Makar, Bakker & Ben-Zvi, 2011). As orientações curriculares têm vindo a salientar a importância de uma correta interpretação dos resultados de um estudo estatístico, estimulando o desenvolvimento do sentido crítico, a capacidade de argumentação, de intervenção e a tomada de decisões dos alunos. O papel essencial da Estatística em diversos campos da sociedade é também reconhecido, há algum tempo, havendo vários autores (Martins & Ponte, 2010; Ponte & Sousa, 2010) a defender que o ensino da Estatística deve valorizar o desenvolvimento da literacia estatística, de modo a formar cidadãos mais críticos e conscientes sobre a informação que os rodeia. Com o aumento da Literacia Estatística espera-se que os alunos, enquanto

cidadãos, possam ser capazes de, entre outras coisas, ler e descrever informação contida em gráficos ou tabelas, interpretar textos que envolvem conceitos estatísticos e saber escolher medidas estatísticas adequadas para uma descrição sumária dos dados.

No entanto, tradicionalmente, o ensino da Estatística nos diversos níveis de ensino ainda “coloca a ênfase no domínio de técnicas como a construção de tabelas de frequências, a construção de gráficos de barras e sectores e o cálculo de índices como médias e medianas” (Ponte & Canavarro, 1997, p. 178). Segundo os mesmos autores, “estas operações levam muito tempo a executar e permitem a realização de um número reduzido de exemplos e consequentemente, a atenção do aluno acaba por se concentrar mais nos aspetos do como fazer do que na interpretação dos dados” (p. 1). Loureiro, Oliveira, e Brunheira (2000) defendem, por isso, que o objetivo do ensino da Estatística seja “incutir no aluno um modo de pensar e usá-lo para resolver problemas” (p. 25). E acrescentam que “quando o aluno se apercebe de que esta maneira de pensar o ajuda a compreender o mundo que o rodeia, então a Estatística revelar-se-á útil e aprendê-la pode tornar-se uma atividade atrativa” (p.25). Nesta perspetiva, aprender Estatística significa desenvolver a capacidade de ‘fazer’ Estatística, a qual não se reduz apenas ao domínio das técnicas quantitativas mas envolve “competências para explorar, conjecturar, raciocinar, argumentar e comunicar em termos quantitativos, e também, para recorrer a uma gama variada de métodos e de ferramentas estatísticas tendo em vista resolver problemas não rotineiros, sintetizar ideias, estabelecer relações e inferências” (Almeida, 2000, p. 57).

Assim, as atuais orientações curriculares, por exemplo GAISE (2005), sugerem que a Estatística envolve conteúdos sofisticados e novas abordagens de ensino que, na preparação do futuro professor é preciso reforçar para permitir novas formas de ensinar, deixando para trás o ensino rudimentar baseado em exercícios, frequentemente descontextualizados da realidade do aluno e que não incentivam a literacia e o raciocínio estatístico.

É neste contexto que emergiu a minha preocupação em melhorar o ensino da disciplina de Probabilidade e Estatística II. As pesquisas relacionadas com as dificuldades dos alunos em Estatística têm permitido a consciencialização, por parte de professores e investigadores, de dificuldades de aprendizagem dos alunos em diferentes níveis de ensino (Arteaga, 2010; Batanero, 2000b; Cruz, 2013). O diagnóstico das dificuldades dos alunos pode ajudar a prática do professor, tornando-se fonte de pesquisa e facultando o processo de ensino/aprendizagem (Cury, 2007). Para tal, é pertinente desenvolver um estudo onde

vou tentar compreender com detalhe, através da investigação, quais são as dificuldades dos alunos do 3º ano do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié-Angola, em relação à construção e interpretação de gráficos e medidas estatísticas, quando terminam a referida disciplina.

Os resultados desta investigação podem ajudar-me a ajustar, de modo informado, as metodologias de ensino a adotar nesta disciplina, nas minhas aulas num futuro próximo, ajudando os alunos a ultrapassar as dificuldades evidenciadas no estudo e a desenvolver uma aprendizagem com compreensão das ideias estatísticas.

1.2. Objetivo e questões de Estudo

Atendendo ao que foi apresentado anteriormente, o presente trabalho tem como objetivo analisar o desempenho dos alunos do 3º ano do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié – Angola, no final da unidade de Estatística descritiva, em tarefas envolvendo a representação e interpretação de dados e medidas estatísticas de localização. Para isso, tentarei responder às seguintes questões:

- (i) Como é que os alunos constroem e interpretam tabelas de frequência e diferentes representações gráficas? Quais as principais dificuldades que revelam?
- (ii) Que compreensão revelam os alunos das medidas estatísticas de localização? Que dificuldades manifestam na sua utilização na interpretação de dados?

1.3. Organização do trabalho

O trabalho está estruturado da seguinte maneira: O capítulo I, de introdução, onde apresento as motivações pessoais, a pertinência do estudo e o seu objetivo e questões. No capítulo II, faz-se o enquadramento curricular e didático do estudo que começa com o surgimento da Estatística enquanto ciência, aborda depois as orientações curriculares e a literacia estatística como finalidade do ensino e aprendizagem deste tema e termina com uma revisão de literatura relativa às dificuldades que os alunos revelam no uso de diversas representações e medidas estatísticas bem como na sua interpretação. O capítulo III, da metodologia, apresenta a caracterização do contexto em que o trabalho se realizou, bem como as opções metodológicas adotadas no estudo. Inclui também os métodos de recolha e análise de dados, nomeadamente a descrição das tarefas (e os respetivos objetivos) que serviram para analisar o desempenho dos alunos. No capítulo IV faço a análise da

aplicação das tarefas. Termino com o capítulo V, no qual apresento as conclusões do estudo e faço uma reflexão final sobre a investigação, onde incluo sugestões para uma proposta pedagógica que se baseia e tenta responder aos resultados obtidos.

Capítulo II

Ensino e aprendizagem da Estatística

Neste capítulo apresento o enquadramento teórico do estudo, que começa com uma resenha histórica sobre a Estatística e o seu ensino e aborda depois a literacia estatística como finalidade do ensino e aprendizagem deste tema. Termina com uma revisão de literatura relativa à representação e interpretação de dados e medidas estatísticas de localização bem como às dificuldades dos alunos nestes processos.

2.1. Resenha histórica sobre o ensino da Estatística

No fim do século XIX e sobretudo nas primeiras três décadas do século XX, um grupo de cientistas e matemáticos de grande renome (John Graunt, 1620-1674; Jacob Bernoulli, 1654-1705; Marquês de Laplace, 1749-1827; Francis Galton, 1822-1911; Gottfried Achenwall, 1719-1772; Blaise Pascal, 1623-1662; Pierre de Fermat, 1601-1665), produziram relevantes desenvolvimentos na teoria da Estatística e na maneira de a usar. Em 1925, num encontro realizado pela American Statistical Association (ASA), o interesse pelo ensino da Estatística foi abordado em duas sessões e em 1947 a ASA cria uma secção dedicada à formação de estatísticos. Em 1948 foi criada a Comissão para a Educação do International Statistical Institute (ISI) com vista a desenvolver atividades de educação em Estatística. Em 1949 o Conselho Económico e Social das Nações Unidas convidou a UNESCO e o ISI para, conjuntamente, desenvolverem esforços com o intuito de fomentar a educação em Estatística a nível mundial. Em 1950 o ISI e o Instituto Indiano de Estatística criam o Centro Internacional de Educação Estatística com o objetivo de fornecer cursos em estatística teórica e aplicada para participantes provenientes de vários países de África e da Ásia. Dois livros influentes apareceram em 1978: (i) *Statistic*, por David Freedman, Robert Pisani e Roger Purves; e (ii) *Estatísticas e Controvérsias*, por David S. Moore. A publicação desses dois livros marcou o nascimento daquilo que os autores consideram como introdução da disciplina de Estatística moderna.

A posterior incorporação da Estatística no currículo escolar é devido, em grande parte, ao trabalho desenvolvido a partir do ISI, primeiro pela Comissão de Educação e desde 1991 pela Associação Internacional para Educação de Estatística (IASE), que há mais

de três décadas promove conferências e publicações específicas voltadas para a inclusão da Estatística na escola (Batanero, 2000). Como referem Loureiro, Oliveira e Brunheira (2000), a necessidade de incluir o ensino da Estatística na escola, inicialmente no ensino secundário, foi devido ao argumento de que é preciso montar um sistema de produção de potenciais interessados nesta área do conhecimento de forma a fazer face às necessidades crescentes de pessoas especializadas nesta atividade. O documento “Framework for Teaching Statistic Within the K-12 Mathematics Curriculum” (GAISE, 2005) refere, igualmente, que a introdução da disciplina Estatística, no secundário, isto é, nos EUA, envolveu muitas discussões e investigação sobre o ensino e aprendizagem da Estatística. Mais tarde, Garfield em 2000, realizou pesquisas para determinar como a Estatística estava a ser ensinada, tendo em conta a falta de professores e a disputa departamental que marcaram a luta da Estatística pela sua afirmação e pela sua independência no meio científico (Loureiro, Oliveira & Brunheira 2000; GAISE, 2005).

De salientar, que a Estatística é área da matemática que mais se tem desenvolvido nos últimos 30 anos e tem tido um papel cada vez mais relevante na sociedade devido à sua relação com o quotidiano, o que se tem refletido na sua inserção nos currículos escolares um pouco por todo mundo permitindo que os alunos desenvolvam a sua literacia estatística.

2.2. As orientações atuais para o ensino e a aprendizagem da Estatística

Atualmente, é inquestionável a importância de desenvolver a literacia estatística dos alunos, isto é, a capacidade de interpretar e avaliarem criticamente a grande quantidade de dados que fazem parte da sua realidade quotidiana e de comunicarem e tomarem decisões informadas com base nessa informação (Gal, 2002). Neste sentido, o autor refere alguns requisitos para que o cidadão possa cumprir o que dele se espera numa sociedade orientada por números e quantidades:

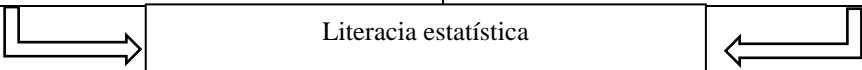
- (i) Perceber a necessidade de trabalhar com dados (compreendendo que são números inseridos num determinado contexto), conhecendo a sua proveniência e a forma de os produzir;
- (ii) Estar familiarizado com termos e ideias básicas de Estatística descritiva, nomeadamente métodos (medidas, tabelas e gráficos) para reduzir a informação contida nos dados;
- (iii) Compreender noções básicas de Probabilidade;

- (iv) Entender o mecanismo do processo inferencial, ao tomar decisões estatísticas.

O mesmo autor apresenta, ainda, um modelo para a literacia estatística que tem como objetivo, desenvolver nos alunos a capacidade de entenderem os processos de recolha e análise dos dados, que envolve duas componentes. Uma componente de conhecimento, que inclui elementos cognitivos (competências da literacia, competência de questionar criticamente, conhecimento estatístico, conhecimento matemático, conhecimento do contexto e questões críticas) e outra componente que integra os elementos de disposição (crenças e atitudes e atitude crítica).

Tabela 1 - Modelo de literacia estatística (Gal, 2002)

Elementos do conhecimento	Elementos de disposição
Competências da literacia Competência de questionar criticamente Conhecimento estatístico Conhecimento matemático Conhecimentos do contexto Questões críticas	Crenças e atitudes Atitude crítica



Para Martins e Ponte (2010), o objetivo principal do ensino da Estatística deve ser o desenvolvimento da literacia estatística. Estes autores referem que “um aspeto fundamental na literacia estatística é a capacidade de compreender e usar o pensamento e o raciocínio estatístico” (p. 9), traduzindo-se, por exemplo, na capacidade de ler e interpretar os dados que estão organizados de diferentes formas tabelas e gráficos e que serão utilizados para responder a diversas questões. Júnior e Lopes (2014) acrescentam a ideia de que desenvolver a literacia estatística inclui a capacidade de entender a linguagem utilizada na comunicação: os termos estatísticos, os símbolos de escrita e os diferentes tipos de gráficos estatísticos.

A necessidade do desenvolvimento da literacia estatística, que prepare jovens e futuros adultos para viver de forma responsável e participada numa sociedade que se gere por dados e em que reina a incerteza, tem inspirado a reforma das orientações curriculares relativas ao ensino da Estatística (GAISE, 2005; NCTM, 2007) e constitui-se o seu principal objetivo. As orientações do GAISE (2005) enunciam seis recomendações para

o ensino da Estatística que refletem esta preocupação com o desenvolvimento da literacia estatística: (i) Salientar a literacia estatística e desenvolver o pensamento estatístico; (ii) Utilizar dados reais; (iii) Acentuar a compreensão dos conceitos, em vez de apenas teoria e procedimentos; (iv) Fomentar uma aprendizagem ativa na sala de aula; (v) Utilizar tecnologia para desenvolver a compreensão dos conceitos e análise dos dados e (vi) Utilizar a avaliação para conhecer e melhorar a aprendizagem dos alunos.

Com efeito, Ben-Zvi e Garfield (2004), afirmam que o ensino da Estatística orientado para os dados e para o raciocínio estatístico fornece oportunidades aos alunos para: (i) planearem investigações, formularem questões de investigação, recolherem dados usando observações, questionários e experiências; (ii) Descreverem e compararem conjuntos de dados, retirarem e justificarem conclusões e fazerem inferências baseadas em dados. Neste sentido, Martins e Ponte (2010) defendem que “as tabelas e os gráficos são instrumentos essenciais a representação e análise de dados, que os alunos devem aprender a usar com desembaraço” (p. 43).

Uma investigação diz-se estatística se, na sua concretização, o aluno utiliza metodologias quantitativas, integrando a linguagem e os métodos estatísticos num processo mais global de investigação (Batanero, 2001). É através delas, onde o contacto com as técnicas e instrumentos de recolha de dados e com diferentes modos de os representar e sintetizar surge da necessidade efetiva de os usar, que os alunos podem ser envolvidos em aprendizagem autêntica dos processos e conteúdos estatísticos (Heaton & Mickelson, 2002). Uma investigação estatística tem por base um ciclo constituído por quatro etapas: formulação das questões, recolha de dados, representação e análise de dados e interpretação dos dados e formulação de conclusões (Martins & Ponte, 2010).

Henriques e Oliveira (2012) salientam que expor os alunos ao ciclo de investigação estatística dá-lhes a oportunidade de construir uma compreensão da importância de cada uma das etapas e do propósito de várias técnicas estatísticas. Em cada uma das etapas há aspetos importantes a destacar. Na primeira etapa os alunos formulam um problema a investigar que seja do seu interesse e ganham sensibilidade para redigir questões estatísticas que possam ser respondidas através dos dados. Na segunda etapa delineiam o processo para recolher dados relevantes que permitam responder as questões formuladas e envolvem-se na própria recolha de dados. A terceira etapa corresponde a representação e análise de dados que envolve muitos assuntos complexos desde a sua ordenação, significado dos números num gráfico, escolha das

medidas apropriadas para sumariar e comparar grupos e identificação de relações entre variáveis. As mesmas autoras sugerem, igualmente, que os alunos trabalhem com diversos tipos de representações gráficas em contextos que lhes sejam relevantes e com questões dirigidas a diferentes níveis de compreensão para ativar o processo de compreensão gráfica. Já na última etapa do ciclo, os alunos deverão interpretar os resultados obtidos, formulando conclusões. Os estudos referidos indicam que os alunos quando são postos a este tipo de tarefa, que envolve o ciclo de investigação estatística tendo em conta o seu contexto ou a realidade, ganham mais capacidades para poderem desenvolver a literacia estatística.

A Estatística, desde o seu surgimento, tem-se apresentado como uma ciência interdisciplinar e grande parte de seu desenvolvimento dá-se pela possibilidade de resolver problemas em campos diversos (Guimarães, Ferreira & Roazzi, 2001). Os autores, Batanero, Godinho, Green e Vallecillos (1994) argumentam que o ensino da Estatística vem-se desenvolvendo nos últimos anos devido à sua importância, amplamente reconhecida, na formação geral do cidadão.

Com efeito, para os investigadores Zieffler, Garfield, Alt, Dupuis, Holleque e Chang (2008), o ensino e aprendizagem da Estatística sugere que desenvolver uma compreensão profunda sobre conceitos estatísticos importantes é um desafio que não deve ser menosprezado. Segundo estes autores, é possível desenvolver nos alunos essa compreensão através de uma boa sequência de atividades, uso de ferramentas apropriadas e incorporação de questões de discussão.

O enfoque no ensino da Estatística está muitas vezes mais centrado no desenvolvimento de capacidades e procedimentos do que na capacidade de pensar estatisticamente (Snee, 1993; Ben-Zvi & Garfield, 2004; Garfield & Ben-Zvi, 2008). Os professores de Estatística devem recorrer menos a palestras e mais a estratégias alternativas, tais como projetos, exercícios de laboratório, atividade de resolução de problemas e investigações estatísticas (GAISE, 2005). Ainda assim, esse documento acresce, que o resultado desejado de todos os cursos introdutórios de Estatística é ter alunos estatisticamente letrados, o que significa que os alunos devem desenvolver a literacia e a capacidade de raciocinar estatisticamente.

2.3. A Estatística no contexto educativo angolano

2.3.1. A Estatística no contexto educativo angolano

O ensino formal em Angola é feito em língua portuguesa pelo país ter sido uma colónia portuguesa. Em 1977, dois anos após a independência nacional, foi aprovado um novo sistema nacional de educação onde “a lei constitucional consagra a educação como um direito para todos os cidadãos, independentemente do sexo, raça, etnia e crença religiosa” (INIDE, 2003, p. 7). A sua implementação foi em 1978 e tem como princípios gerais os seguintes:

- Igualdade de oportunidades no acesso e continuação dos estudos;
- Gratuitidade do ensino a todos os níveis;
- Aperfeiçoamento constante do pessoal docente.

Naquela época, o sistema de ensino era constituído por um ensino geral de base, um ensino pré-universitário ou ensino médio e um ensino superior. A Estatística, no antigo sistema de ensino em Angola, estava presente na 9ª e 10ª classe na disciplina de Matemática.

Em função das novas exigências da sociedade angolana, em 2016, o estado angolano aprovou a Lei de Bases do Sistema de Educação. A Lei 17/16 de 7 de Outubro apresenta um ensino com perspectiva de desenvolvimento voltado a realidade do aluno (Nacional, 2016). Este documento define o que se pretende com esta Lei e o novo sistema cuja estrutura integra os seguintes subsistemas:

- Subsistema da Educação Pré-escolar;
- Subsistema do Ensino Geral;
- Subsistema do Ensino Técnico-Profissional;
- Subsistema de Formação de Professores;
- Subsistema da Educação de Adultos;
- Subsistema do Ensino Superior.

O subsistema do Ensino Geral é constituído por um ensino primário de 6 classes (básico obrigatório) e um ensino secundário que integra dois ciclos, com duração de 3 anos cada. Nos planos curriculares do 2º ciclo do ensino secundário (10ª, 11ª e 12ª classes) contemplam-se alguns conteúdos elementares de Estatística, incluídos na disciplina de

Matemática. Essencialmente contemplam-se conteúdos relativos à Estatística descritiva como distribuição de frequências e os gráficos e as medidas de tendência central e de dispersão. Nestes planos curriculares esboçam-se como objetivos de aprendizagem para o tema de Estatística “realizar a análise e interpretação de dados” (INIDE, 2003, p. 15) e uma das orientações metodológicas que se oferece é a contextualização dos dados. No entanto, a unidade de Estatística, nas várias classes do ensino secundário, está contemplada no final do programa de Matemática e, por falta de tempo, nem sempre é apresentada e trabalhada com os alunos. Assim, frequentemente os alunos terminam o ensino secundário e ingressam no Ensino Superior sem a base necessária para a compreensão dos conteúdos de Estatística a abordar neste nível de ensino, trazendo consigo conceitos mal formulados e revelando inúmeras dificuldades.

O subsistema de Ensino Superior engloba as Universidades de Ciências, das quais saem quadros formados nas áreas de Ciências puras e Instituições Superiores de Educação, cujo perfil profissional é a docência. Entre estas estão os Institutos Superiores de Ciências da Educação e as Escolas Superiores Pedagógicas, dedicados exclusivamente à formação de professores nos diferentes ramos do saber com conhecimentos científico-técnicos e uma profunda consciência patriótica de modo a que assumam com responsabilidade a tarefa de educar as novas gerações. Em ambas as Instituições de Ensino Superior, a Estatística é uma disciplina transversal no plano curricular do curso de Matemática.

2.3.2. Particularidades na Escola Superior Pedagógica do Bié

Para o caso concreto da Escola Superior Pedagógica do Bié, se define como objeto de trabalho profissional o processo educativo e, em particular, o processo de ensino-aprendizagem no ensino secundário, por ser este o nível de ensino em que o professor vai desenvolver o seu trabalho. Para a formação deste profissional, as disciplinas agrupam-se em três áreas, tendo em conta o seu contributo para a formação do profissional: área científica principal, geral e complementar. A área científica principal contempla as disciplinas que contribuem para a formação na área específica da especialidade do curso; a área científica geral refere-se às disciplinas que contribuem para a formação do perfil pedagógico e a área científica complementar inclui as demais disciplinas que contribuem para a formação integral do profissional docente, entre as quais se integram as disciplinas de Estatística. Nesta área, a Estatística tem um papel importante ao possibilitar a descrição dos acontecimentos educativos e expressar os problemas inerentes à educação de uma

forma clara e precisa além de contribuir para o desenvolvimento das habilidades investigativas necessárias ao futuro exercício das funções docentes.

A Estatística não está incluída no conjunto de conhecimentos específicos da titulação em si, mas faz parte de um grupo de ferramentas que servirão para o estudo, a compreensão e desenvolvimento das matérias específicas de cada especialidade. Por esta razão, o seu ensino resulta por vezes numa tarefa difícil que exige dos professores do ensino superior um profundo conhecimento do conteúdo da disciplina mas também da metodologia do seu ensino.

Um outro aspeto a considerar é a sua natureza interdisciplinar, ou seja, os conceitos estatísticos são manejados em consonância com a terminologia própria das áreas do conhecimento em que se ministra, por exemplo: Biologia, Psicologia e Geografia, entre outras. Por isso é necessário uma preparação prévia e a formação permanente dos professores, com o apoio dos Departamentos de Ensino e Investigação e grupos de investigadores em Estatística. Considerando estes desafios, desde os primeiros anos do seu funcionamento, em 2005, como uma extensão do Instituto Superior de Ciências da Educação do Huambo (ISCED/Huambo) até à sua denominação como Escola Superior Pedagógica em (2009), que se realizaram inúmeras mudanças a nível curricular na disciplina de Estatística.

Inicialmente não existia um programa específico da Estatística, que constituía um problema que afetava em grande medida o seu processo de ensino e aprendizagem, e o sistema de conteúdos não se adequava ao perfil de formação de estudantes, os quais não contavam com a base matemática necessária. Além disso, a quantidade de conteúdos prevista abordar tornava difícil a sua execução na prática, porque, nas especialidades não matemáticas esta disciplina é semestral. Associado ao referido, deve-se ter em conta que apesar do objeto de trabalho de qualquer aluno formado na Escola Superior Pedagógica seja a docência, tal objeto se diferencia em função da titulação a que se faça referência, visto que, por exemplo, um aluno de Matemática e um de Psicologia não têm as mesmas necessidades de formação nesta área da Estatística. Mesmo tendo pontos em comum no referente aos conceitos, o enfoque de estudo, a profundidade e a aplicação dos mesmos é muito distinta em ambos casos.

Atualmente a Escola Superior Pedagógica do Bié possui programas das disciplinas de Probabilidade e Estatística I e II, que comporta os seguintes temas: (i) desenvolvimento

histórico da Estatística; (ii) conceitos estatísticos elementares, (iii) elementos da teoria de amostragem, (iii) Probabilidades; (iv) variáveis estatísticas. (v) classificação e escalas de medição, (vi) sistematização sobre estatística descritiva, e (vii) noções de correlação e regressão. É necessário refletir sobre a forma como estes conteúdos estatísticos são abordados em sala de aula, permitindo a tão necessária mudança do método expositivo para métodos que permitam aos alunos ter um papel mais ativo e aprender com compreensão.

2.4. Representação de dados estatísticos

2.4.1. Representações gráficas

Para Curcio (1989) as representações gráficas incluem tabelas, gráficos e diagramas que surgem em diversas realidades, usualmente para transmitirem uma informação que contém dados estatísticos. A forma como se estruturam as tabelas, gráficos e diagramas depende do tipo de dados que se pretende apresentar (Martins, Loura & Mendes, 2007).

Uma **tabela de frequências** reflete a distribuição da variável em estudo considerando as categorias ou modalidades que assume, assim como as respectivas frequências absoluta e relativa, por exemplo (Martins & Ponte, 2010). Numa tabela de frequências para dados qualitativos ou quantitativos discretos a informação é organizada, de um modo geral, em três colunas: coluna das categorias ou classes da variável em estudo; coluna das frequências absolutas, onde se regista o total de elementos da amostra que pertencem a cada categoria; e coluna das frequências relativas, onde se indica para cada categoria, o valor que se obtém dividindo a respetiva frequência absoluta pela dimensão da amostra (Martins, Loura & Mendes, 2007). Os dados quantitativos contínuos também são organizados na forma de tabelas de frequências com três colunas. Na primeira coluna, das classes da variável, consideram-se os intervalos de classe escolhidos para agrupar os dados; na coluna seguinte, coluna das frequências absolutas, regista-se o total de elementos da amostra, que pertencem a cada classe e numa terceira coluna, coluna das frequências relativas regista-se, para cada classe, o valor que se obtém dividindo a frequência absoluta pela dimensão da amostra em estudo (Martins & Ponte, 2010). Ainda assim, os mesmos autores acrescentam que uma tabela pode ser complementada em mais três colunas: coluna do representante de classe, em que se considera usualmente o ponto médio do intervalo de classe; coluna das frequências absolutas acumuladas onde, para

cada classe, se considera a soma da frequência absoluta dessa classe com as frequências absolutas anteriores e a coluna das frequências relativas acumuladas, que se calcula de forma idêntica ao referido para as frequências absolutas.

Os **gráficos** “constituem um meio de comunicarmos e classificarmos dados” (Curcio, 1989, p. 1). Os gráficos permitem representar criticamente e de forma reduzida os dados estatísticos, requerendo a sua análise o desenvolvimento do pensamento e do raciocínio estatístico (Shaughnessy, 2007). Para Monteiro e Selva (2001) os gráficos são uma “ferramenta cultural” que nos permite ampliar a nossa capacidade de tratar informação estatística e estabelecer relações entre diferentes tipos de informação. Por isso, Cavalcanti, Natrielli e Guimarães (2010) defendem os gráficos como “um conteúdo escolar, uma vez que a escola é a instituição responsável pelo ensino de conhecimentos desenvolvidos pela sociedade ao longo da história” (p. 735).

A principal vantagem dos gráficos, relativamente às tabelas, está na rapidez de leitura, pois permitem-nos ter uma percepção imediata de quais as categorias de maior e menor frequências, assim como a ordem de grandeza de cada categoria relativamente às restantes (Martins & Ponte 2010).

A investigação na área do ensino e da aprendizagem da representação de dados em gráficos e tabelas tem tido um incremento bastante positivo (Freitas, 2011). Diversos estudos (como os de Aoyama, 2006; Monteiro & Ainley, 2006, 2007 e Sosa, 2010) salientam a sua importância e vantagens, nomeadamente para o raciocínio estatístico e outros ainda procuram compreender a natureza do processo de ensino/aprendizagem. O objetivo deste estudo enquadra-se no que diz respeito à leitura e interpretação de dados representados em gráficos e em tabelas.

Segundo Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), ao longo da escolaridade básica os alunos devem desenvolver competências que incluem, entre outras, a organização de dados e a sua representação de modo adequado, a aptidão para ler e interpretar tabelas e gráficos, comunicando os resultados a partir das suas interpretações e o sentido crítico face ao modo como a informação é apresentada. Estes autores ainda salientam que os “gráficos não devem surgir como um fim em si mesmo, mas como um meio de comunicar um pensamento ou para investigar dados através de diferentes representações” (p. 99).

É importante salientar que os alunos devem aprender a construir e interpretar tabelas de frequências (absolutas /e ou relativas) e diversos tipos de gráficos, uma vez que são instrumentos essenciais para a representação e análise de dados (Cadima, 2013).

2.4.2. Alguns tipos de gráficos

O gráfico de pontos: é a representação mais simples de construir e que não necessita de nenhuma organização previa dos dados (Martins & Ponte, 2010). Para obter esta representação basta desenhar um eixo horizontal ou vertical, onde se assinalam as diferentes modalidades/categorias ou valores da variável em estudo, consoante se trate de dados qualitativos ou quantitativos discretos e, por cima ou ao lado de cada modalidade ou valor, se representa um ponto, sempre que ao percorrer o conjunto de dados se encontrar a respetiva modalidade ou valor (Martins, Loura & Mendes, 2007). Como consequência, Arteaga (2009) salienta que a altura do conjunto de pontos em cada uma das modalidades ou valor da variável é proporcional à frequência da sua ocorrência.

O Gráfico de barras: é uma representação muito usada para comparar quantidades. Segundo Martins, Loura e Mendes (2007) “é uma das representações gráficas mais utilizadas para mostrar ou representar os dados qualitativos e quantitativos discretos” (p. 26). Para construir este gráfico desenha-se um eixo horizontal ou vertical onde se assinalam as diferentes modalidades que a variável em estudo assume no conjunto de dados qualitativos (Martins & Ponte, 2010). Logo, as barras podem aparecer na vertical ou na horizontal e, frequentemente, também são chamadas de colunas. Seja na horizontal ou na vertical, quanto maior o comprimento de uma barra, maior é o número de casos observados nessa categoria.

Gráfico circular ou de setores: é representado por um círculo dividido proporcionalmente em setores de acordo com os dados do fenómeno ou do processo a ser representado. O círculo representa a forma como o total de um conjunto de dados se distribui pelas categorias ou valores da variável e cada setor representa uma fração do total de dados (Martins & Ponte, 2010). O ângulo de cada sector circular é proporcional à frequência observada dos dados na categoria que lhe corresponde (Martins, Loura & Mendes, 2007). Além disso, Arteaga (2009) sugere que uma maneira simples de construir este gráfico é multiplicando a frequência relativa dos dados em cada categorias ou valor por 360 e obter a amplitude do ângulo central que terá cada um dos setores que lhe corresponde.

Histograma: é um tipo de representação gráfica mais adequada para apresentar os dados contínuos. Para Martins, Loura e Mendes (2007), o histograma “é um diagrama de áreas, formado de retângulos adjacentes, tendo cada um por base um intervalo de classes e por área a frequência relativa” (p. 48). A construção de um histograma é obtida em eixos cartesianos sobre quais áreas são proporcionais retângulos as frequências indicadas com os valores de cada intervalo, as bases dos retângulos colocado sobre o eixo horizontal, serão os intervalos de classe e alturas serão necessárias para frequência proporcional à área de cada classe (Arteaga, 2009).

Para Martins e Ponte (2010) “a organização dos dados num gráfico de pontos permite visualizar quais as categorias que predominam e quais as menos frequentes” (p. 52). Para os mesmos autores, um gráfico de barras transmite a informação que se pretende, sem ambiguidade, se tiver associado: (i) o nome da variável que se está estudar; (ii) os nomes das categorias que a variável assume, no eixo horizontal ou vertical; e (iii) uma escala no eixo vertical ou horizontal. Nesta escala devem estar marcadas as frequências absolutas ou as frequências relativas das categorias que a variável assume no conjunto de dados considerados. Num gráfico circular utilizam-se percentagens, já que é a forma para representar a fração de cada categoria como parte do todo, em que este todo é representado pelo círculo e equivale a 100%. Já no histograma as barras ou retângulos estão juntos para transmitir a ideia de continuidade da variável em estudo, enquanto no gráfico de barras estas são separadas.

2.4.3. Compreensão de gráficos: leitura, interpretação e construção

A competência relacionada com a leitura de gráficos deve ser desenvolvida de modo a que os alunos sejam capazes de extrair dados do gráfico e produzir informação a partir deles (Wu, 2004). Para Albuquerque (2010) interpretar gráficos é “gerar algo novo, que exige uma seleção de dados, de descritores, de escalas e do tipo de representação mais adequado” (p. 23).

A competência relacionada com a **leitura e interpretação** de gráficos deve ser desenvolvida de modo a que os alunos sejam capazes de extrair dados do gráfico e produzir informação a partir deles (Cruz, 2013). Para caracterizar a compreensão gráfica, Curcio (1989) distingue três níveis:

(i) *ler os dados*: o aluno apenas faz a leitura literal do gráfico, através da leitura dos dados que nele estão representados. Neste nível não há interpretação do gráfico e as tarefas que envolvam apenas questões relacionadas com este nível de leitura são consideradas de baixo nível cognitivo;

(ii) *ler entre os dados*: neste nível o aluno é capaz de interpretar a informação fornecida pelo gráfico e combinar com operações matemáticas utilizando algum conhecimento prévio sobre o assunto tratado no gráfico. Como refere a autora, este é o nível mais comum da compreensão dos gráficos, esperando que o aluno identifique tendências no gráfico;

(iii) *ler para além dos dados*: espera-se que o aluno, neste nível, faça uso de informação implícita no gráfico a partir dos dados, extrapolando, predizendo ou fazendo inferências. Ou seja, como acrescenta a autora, pretende-se que o aluno se projete no futuro e coloque questões sobre os dados. Este é o nível que se deseja que os alunos atinjam.

No entanto, para Ainley (2008) os níveis de compreensão de um gráfico de Curcio (1989), apesar de permitirem dotar os alunos de um pensamento útil e necessário para a leitura dos dados do gráfico, não são suficientes. Segundo esta autora, em situações da vida real, o gráfico é útil se conseguirmos que o seu contexto faça sentido. Portanto é fundamental ter em conta o contexto para um maior envolvimento do aluno, visto que será uma condição fundamental para o ensino e aprendizagem. No sentido de desenvolver a compreensão gráfica dos alunos, Roth e McGin (1997, citados em Cruz, 2013), sugerem o estudo dos gráficos como uma prática, afirmando que os alunos com poucas oportunidades para se envolverem em tarefas gráficas mostram menos competência do que aqueles para quem este trabalho é rotina. Também Bowen e Roth (1998, citado em Sosa, 2010) consideram que para além da experiência, o conhecimento do fenómeno retratado no gráfico pode afetar a compreensão gráfica dos alunos. Para Curcio (1989), as tarefas que se realizam na sala de aula devem permitir aos alunos interpretar gráficos e devem incluir questões que envolvem diferentes níveis de compreensão. Estas questões permitirão aos alunos mobilizar conhecimentos e experiências diversas de aprendizagem.

Guimarães, Ferreira e Roazzi, (2001) referem a **construção** de gráficos como o ato de gerar algo novo através de um processo de seleção de variáveis, eixos, escalas, identificação de unidades e a inserção dos pontos. A compreensão dos gráficos envolve

três competências: a sua leitura, interpretação e construção (Ponte, 1984). Além disso, a interpretação de gráficos diz respeito à capacidade dos alunos formularem opiniões sobre a informação nele representada e a sua construção está associada à capacidade de saber representar ou editar dados graficamente (Cruz & Henriques, 2012). Ao construir um gráfico, os alunos têm que realizar um conjunto de procedimentos e usar uma série de conceitos e propriedades, relacionados com o seu tipo, que permita apresentar, de modo compreensível, informações que de outro modo seriam difíceis de interpretar (Arteaga, 2010, referido em Cruz & Henriques, 2012).

Para Friel, Curcio e Bright (2001), um gráfico é constituído por quatro elementos: (i) a dimensão visual do gráfico, designada por especificadores, usada para representar os valores dos dados, como por exemplo as barras num gráfico de barras; (ii) as etiquetas, que designam os nomes que se dá a cada um dos elementos dos especificadores; (iii) o título do gráfico, que pode ser considerado um tipo de etiqueta; e (iv) o fundo do gráfico, que pode incluir qualquer coloração, rede e fotos sobre os quais o gráfico pode ser sobreposto. Acrescentam ainda que, para além destes quatro elementos, cada gráfico está associado à sua própria linguagem, permitindo, desta forma, que se discuta sobre os dados apresentados.

2.5. Medidas Estatísticas

As medidas estatísticas incluem, não se limitando a, medidas de localização. Para Martins e Ponte (2010), uma medida de localização é um número que nos dá informação sobre a ordem de grandeza dos dados, não só da parte central da distribuição dos dados onde se centram a maior parte dos dados, mas também nas caudas. Para Groth (2006), a compreensão das medidas de tendência central (moda, média e mediana) é uma componente importante da literacia estatística por terem uma relevância particular no dia-a-dia.

A **moda** é o valor mais frequente de uma distribuição, ou seja, é o valor que mais observações apresentam no conjunto de dados (Reis, 2012). Além disso, a autora acrescenta algumas características mais importantes da moda: (i) É menos utilizada que a média e a mediana; (ii) A moda não existe em algumas distribuições, ao passo que, noutras pode existir mais que uma moda e (iii) O valor da moda não sofre a influência de valores extremos. No entanto, é frequente associar a moda ao maior número presente

numa representação tabelar ou gráfica, à maior frequência absoluta, ao valor que aparece mais vezes e à categoria ou classe de maior frequência (Martins, Pires & Barros, 2009).

Estes autores também referem que **a média** se associa à noção de equilíbrio entre os valores mais altos e mais baixos e ao valor médio de um conjunto de dados. Como referem Leavy e O'Loughlin (2006), existem dois tipos de compreensão da média – conceptual (saber porquê) e processual (saber como). Processualmente, o cálculo da média aritmética tem em conta todos os valores de uma distribuição de dados e é o valor que em torno do qual os desvios numa direção igualam os desvios na outra direção. Conceptualmente, a média pode ser vista como ponto de equilíbrio ou centro de gravidade, representando o conjunto de dados. O domínio do conceito da média está intimamente relacionado á compreensão das suas propriedades que, segundo Strauss e Bichler citado por Magina et al. (2010), são: (i) A média é um valor compreendido entre os extremos da distribuição; (ii) A soma dos desvios de cada valor à média é igual a zero; (iii) O valor da média é influenciado pelos valores de cada um dos dados; (iv) A média não tem que ser igual a um dos valores dos dados; (v) O valor obtido para média de números inteiros pode ser um número fracionário, sem sentido no contexto dos dados; (vi) Há que ter em conta os valores nulos no cálculo da média; e (vii) O valor médio é representativo dos valores usados. Já Batanero (2000) apresenta os significados da média que são: (i) O valor que representa os indivíduos; (ii) O valor atribuído a cada individuo para uma distribuição equitativa; (iii) O ponto de equilíbrio dos elementos da amostra e (iv) O valor que se obtém com maior probabilidade.

Cobo (2003) define **mediana** como sendo o valor que ocupa a posição central quando os dados estão ordenados por ordem crescente ou decrescente. Para McClain (1999) a mediana poder-se-á definir também como o valor da variável, que depois de ordenados os dados, metade são inferiores ou iguais a ele e a outra metade são superiores ou iguais a ele. Por sua vez, Reis (2012) apresenta algumas características mais importantes da mediana: (i) A mediana é fácil de calcular; (ii) É determinada pelo número de observações e não pelo seu valor.

As medidas estatísticas de localização representam de forma global um conjunto de dados. Por isso, os alunos necessitam de aprender mais do que identificar a moda, a média ou a mediana de um conjunto de dados. Como refere o NCTM (2007) é preciso que compreendam, o que a mediana lhes transmite acerca dos dados e que entendam este valor inserido no contexto das restantes características dos dados. É necessário que os

alunos compreendam que a média é o “ponto de equilíbrio” de um conjunto de dados, enquanto a mediana identifica o seu “meio”. Deverão comparar a utilidade da média e da mediana, enquanto medidas de localização da amostra, em diversos conjuntos de dados.

Cobo (2003), citado por Cadima (2013), analisou as propriedades numéricas, algébricas e estatísticas da média, moda e mediana. Com relação às propriedades numéricas, a medida é vista como o resultado de um cálculo em que: (i) A média, moda e mediana são sempre valores pertencentes ao intervalo da variável; (ii) A moda coincide sempre com um dos valores, enquanto a média e a mediana podem não coincidir com um dos dados; (iii) No cálculo da média tem-se em conta todos os valores dos dados, ao contrário da moda e da mediana e (iv) O valor numérico da média muda quando se altera qualquer dado, o mesmo pode não acontecer com o valor da moda e da mediana.

As propriedades algébricas são as que se deduzem quando se consideram as medidas como uma operação sobre um conjunto de dados. Assim: (i) A moda pode considera-se uma operação interna dado que toma um valor do conjunto de dados, ao contrário da média e da mediana que podem tomar valores diferentes do conjunto de dados; (ii) A média, moda e mediana consideradas como operações algébricas não têm elemento neutro nem simétrico; (iii) A média, moda e mediana não verificam a propriedade associativa; (iv) A média, moda e mediana são operações comutativas; (v) Conservam as unidades dos dados; (vi) A média da soma de duas ou mais variáveis é igual à soma das médias dessas variáveis, situação que não se verifica para a mediana e para a moda e (vii) A moda pode não existir ou, existindo pode não ser única, enquanto a média e a mediana existem sempre em dados numéricos.

As propriedades estatísticas são aquelas que se deduzem quando consideramos uma medida estatística como um resumo dos dados, assim: (i) A média, moda e mediana são representantes de um conjunto; (ii) Ao contrário da moda e da mediana, a média é o centro dos dados no sentido de ponto de equilíbrio dos mesmos; (iii) Nas distribuições simétricas a média coincide com a moda e com a mediana, enquanto nas distribuições assimétricas à direita a ordem em que aparecem é moda-mediana-média e nas assimétricas à esquerda a ordem é média-mediana-moda, pelo que nestes dois casos a mediana é a medida preferível para caracterizar o conjunto de dados; (iv) A média é uma medida pouco resistente, ou seja, é muito sensível aos valores atípicos, ao contrário da moda e da mediana; (v) Existe moda para variáveis qualitativas e quantitativas, o que não se verifica para a média e mediana e,

(vi) Em distribuições uni-modais, a mediana é melhor representante do conjunto de dados que a média.

O estudo da Estatística, frequentemente, resume-se a um saber algorítmico das medidas de tendência central e com acentuadas dificuldades em construir os seus significados (Batanero, Godino, Green, Holmes & Vallejos, 1994). Para Brocado e Mendes (2001), a origem destas dificuldades está provavelmente nas diferentes experiências educativas que são proporcionadas aos alunos.

Finalmente, é importante que os alunos se apropriem de conceitos básicos de Estatística para compreenderem e interpretarem as medidas estatísticas de localização e, para isso, faz-se necessário que os alunos estejam motivados e compreendam os porquês dos dados que são coletados e a familiaridade com termos das medidas estatísticas de localização (Gal, 2002).

2.6. Dificuldades e erros na construção e interpretação de gráficos e medidas estatísticas

Na seleção do tipo de gráfico a ser construído, mais adequado aos dados, é fundamental ter em atenção a variável em estudo, para que os dados possam transmitir uma adequada comunicação. Para Moraes (2011) as dificuldades que os alunos revelam na seleção de gráficos adequados aos dados advêm, muitas vezes de uma escolha baseada em critérios não intencionais como a facilidade na construção ou a familiaridade com a representação escolhida.

Carvalho (2001) constatou que as dificuldades associadas à construção de gráficos estatísticos, por alunos do 7º ano de escolaridade, estavam relacionados com a grandeza dos dados e com a definição de escalas adequadas para os representar. Nos estudos de Ponte (1984) e Moraes (2011), com alunos do 11º e 9º anos respetivamente, a identificação dos eixos horizontal e vertical foi uma dificuldade persistente numa grande variedade de tipos de gráfico.

São vários os autores que investigaram os conhecimentos, erros e dificuldades de alunos na representação gráfica. Sistematizando os resultados de numerosas investigações anteriores, Sosa (2010) aponta erros e dificuldades que os alunos tendem a apresentar:

1. Interpretação do conteúdo dos gráficos, além da incapacidade de processar a informação neles contida de forma coerente;

2. Interpretação de gráficos a nível superior (como por exemplo, ler no gráfico e ler além do gráfico);
3. Selecionar incorretamente o tipo de gráfico adequado, como por exemplo, utilizando uma tabela de frequências quando as variáveis são qualitativas, ou um diagrama de barras horizontal para representar a evolução de uma produção industrial ao longo dos anos;
4. Selecionar escalas de representação pouco ou nada adequadas para o objetivo predeterminado;
5. Omitir as escalas em alguns dos eixos, horizontal ou vertical, ou em ambos;
6. Não especificar a origem das coordenadas;
7. Não proporcionar divisões suficientes (números de classes) nas escalas dos eixos;
8. Obter um diagrama de setores em que estes não são proporcionais com as frequências das categorias ou comparar quantidades heterogêneas de um mesmo gráfico.

Numa investigação sobre a leitura, construção, interpretação e avaliação de vários tipos de gráficos, em alunos de uma escola secundária de Singapura, Wu (2004) identificou doze tipos de erros cometidos pelos alunos: (1) de compreensão, (2) explicações incertas (pouco claras), (3) de cálculo, (4) de escalas, (5) relacionados com o título, legendas e tipo de gráfico, (6) de gráfico circular, (7) de dimensão do pictograma, (8) de aparência semelhante mas de natureza diferente, (9) confusão entre frequência e valor dos dados, (10) relacionados com o uso da informação apresentada pelo gráfico, (11) relacionados com o uso do contexto, e (12) outros.

Como resumo, apresento na tabela 2 os erros e as dificuldades evidenciadas pelos alunos nos diferentes níveis de ensino detetadas nos estudos de vários autores, na seleção e, construção de gráficos.

Tabela 2 - Erros e dificuldades na seleção e construção de gráficos

<i>Autores</i>	<i>Participantes</i>	<i>Erros e dificuldades</i>
Sosa (2010) Morais (2011)	Professores de Estatística em Psicologia e Educação. 9º ano	Seleção de gráficos adequados aos dados e a familiaridade com a representação escolhida.
Carvalho (2001)	7º ano	Grandeza dos dados e com a definição de escalas adequadas para os representar.
Ponte (1984) Morais (2011)	11º ano 9º ano	Identificação do eixo horizontal e vertical.
Wu (2004) Sosa (2010)	Escola Secundária; Professores de Estatística em Psicologia e Educação	Omitir as escalas nos eixos, horizontal e vertical; Não especificar a origem das coordenadas.
Wu (2004)	Escola Secundaria	Ausência de títulos e legendas, gráficos circulares.

Por sua vez, Briceñ (2009) apresenta os fatores que podem afetar a compreensão gráfica que são: (i) níveis de compreensão gráfica; (ii) o sexo dos alunos, quando numa investigação se tem por objetivo estudar se há diferença ou não entre o género dos alunos e a compreensão gráfica; (iii) os erros que os alunos cometem, quando são analisadas as estratégias utilizadas pelos alunos para resolverem tarefas relacionadas com gráficos; (iv) os conhecimentos prévios, tanto matemáticos como de gráficos, que permitem estudar em que medida influenciam a compreensão gráfica e (v) os fatores económicos, que em algumas situações intervêm para que os alunos alcancem níveis de compreensão diferentes. Também Freitas (2011), no seu estudo realizado por alunos do 5º ano, detetou as seguintes dificuldades: (i) Na comunicação matemática onde os alunos não são capazes de interpretar e comentar afirmações e (ii) Na leitura e interpretação de gráficos de barras, linha, caule-e-folhas e circulares.

Em resumo, apresento na tabela os erros e as dificuldades evidenciadas pelos alunos nos diferentes níveis de ensino, detetadas nos estudos de vários autores, na interpretação de gráficos.

Tabela 3 - Erros e dificuldades na interpretação de gráficos

<i>Autor</i>	<i>Participantes</i>	<i>Erros e dificuldades</i>
Wu (2004) Sosa (2010) Freitas (2011)	Alunos Secundário; Professores de Estatística; Alunos 5º ano.	Dificuldade na interpretação da informação apresentada em diferentes gráficos.
Briceñ (2009)	Alunos ensino primário.	Interpretar questões de diferentes níveis de compreensão gráfica.

No que diz respeito à aprendizagem da Estatística são muitas as dificuldades encontradas pelos alunos, nomeadamente no que concerne aos conceitos e interpretação das medidas de tendência central, (e.g., Batanero, Artega & Ruiz, 2010; Boaventura & Fernandes, 2004; Fernandes & Barros, 2005; Mayén, Cobo, Batanero & Balderas, 2007; Morais, 2011). Estas dificuldades, por vezes, têm origem num ensino “superficial e desadequado, assente em tarefas cujo objetivo principal é dar a conhecer os vários tipos de gráficos estatísticos e os algoritmos das diferentes medidas, bem como desenvolver destrezas técnicas e não um entendimento significativo das mesmas” (Fernandes, Carvalho & Ribeiro, 2007, p. 36).

Com efeito, no estudo realizado por Cadima (2013) em alunos do 7º ano, a autora detetou erros no cálculo da média e mediana quando as mesmas medidas estatísticas de localização sofrem alteração em relação a uma distribuição inicial. Por sua vez, os alunos manifestaram dificuldades em explicar o significado por escrito do valor encontrado da média e mediana e em relacioná-las.

Os autores, Fernandes, Carvalho e Correia (2011) referem que nos vários estudos feitos com alunos do 7º ano, 12º e ensino superior, sendo estes últimos futuros professores do ensino básico, verificaram-se dificuldades nos alunos em atribuir significados às medidas de tendência central e em selecionar a medida estatística que melhor representa a distribuição.

Tabela 4 – Erros e Dificuldades de alunos do 7º ano, 12º ano e ensino superior com as medidas de tendência central (Fernandes, 2009)

Erros e Dificuldades	7º ano	12º ano	Ensino superior
Cálculo da média de duas médias dadas (Lei do fecho).		✓	✓
Determinar um conjunto de dados, conhecidas a média, a mediana e a moda desse grupo.		✓	
Inverter o algoritmo da média.			✓
Possibilidade/impossibilidade da média e moda tomarem certos valores dados.			✓
Possibilidade/impossibilidade de aplicação da média a certo tipo de variáveis.		✓	✓
Possibilidade/impossibilidade de aplicação da mediana a certo tipo de variáveis.		✓	
Determinar a média de dados agrupados.	✓		✓
Determinar a mediana de dados agrupados.	✓		✓
Selecionar para valor da moda a maior frequência em vez do valor da variável estatística que lhe corresponde.	✓		✓
Propriedades da média e da mediana.		✓	
Atribuir significado as medidas de tendência central.	✓	✓	✓
Selecionar a estatística que melhor representa uma distribuição.	✓		✓
Localizar a média, mediana, e moda em distribuições assimétricas e simétricas		✓	
Planear os passos para realizar um estudo estatístico.	✓		

Na tabela 4, é notório que os alunos do ensino superior, sendo estes futuros professores do ensino básico, cometeram erros e dificuldades no: (i) Cálculo da média de duas médias dadas; (ii) Inverter o algoritmo da média; (iii) Possibilidade/impossibilidade da média e moda tomarem certos valores dados; (iv) Possibilidade/impossibilidade de aplicação da média a certo tipo de variáveis; (v) Determinar a média de dados agrupados; (vi) Determinar a mediana de dados agrupados; (vii) Selecionar para valor da moda a maior frequência em vez do valor da variável estatística que lhe corresponde; (viii) Atribuir significado as medidas de tendência central; e (ix) Selecionar a estatística que melhor representa uma distribuição. Nesta ordem de ideias, no ensino das medidas estatísticas de localização o foco deve ser a compreensão dos conceitos e desenvolver no aluno a capacidade de apresentar a argumentação das suas respostas.

Capítulo III

Metodologia

Neste capítulo começo por descrever as opções metodológicas tomadas na realização deste estudo e faço uma caracterização do contexto em que o trabalho se realizou. Incluo também os métodos de recolha e análise de dados, em particular faço uma descrição das tarefas e dos respetivos objetivos, as quais serviram de base para analisar o desempenho dos alunos.

3.1. Opções metodológicas

Na investigação qualitativa, os pesquisadores fazem uma interpretação do que observam, ouvem e entendem. No entanto, as suas interpretações não podem ser separadas das origens, história, contexto e entendimentos (Creswell, 2010). Neste estudo, os participantes são os elementos privilegiados para a compreensão dos dados recolhidos, através da resolução de tarefas, situação em que estava direcionada a minha atenção enquanto investigador.

Para Coutinho (2011), investigar implica compreender o mundo complexo e vivido desde o ponto de vista de quem o vive. O paradigma interpretativo é o produto de um processo de interpretação de ações desenvolvidas pelos participantes, que desempenham um papel chave no contexto dos sujeitos investigados (Amado, 2014). Em relação ao presente estudo, o objetivo foi a interpretação, compreensão e descrição por parte do investigador das resoluções dos alunos das tarefas propostas sobre a representação e interpretação de dados e medidas estatísticas de localização.

O meu papel neste estudo foi de investigador, o qual se desenrolou por várias etapas. Primeiramente, seleccionei e elaborei tarefas, seguiu-se a aplicação das tarefas que serviram para analisar o desempenho dos alunos no tema representação e interpretação de dados e medidas estatísticas de localização. Finalmente, na última etapa fiz a análise dos dados recolhidos, a organização e apresentação dos resultados.

3.2. Contexto e Participantes

Contexto

A Escola Superior Pedagógica do Bié, abreviadamente designada por ESP - Bié, foi criada pelo decreto nº 7/09, de 12 de Maio, fruto do redimensionamento da Universidade Agostinho Neto, consubstanciada com a criação de novas regiões académicas. Funcionou desde 2005 até princípios de 2009 como extensão do Instituto Superior de Ciências da Educação (ISCED) - Huambo. É nos termos da lei uma pessoa coletiva de direito público, com o estatuto de instituto público, goza de autonomia científica, pedagógica, administrativa, financeira, disciplinar, patrimonial. A ESP- Bié é de âmbito provincial e desenvolve as suas atividades, pedagógicas e sociais na província do Bié, no município do Cuíto onde tem a sua sede. O funcionamento ‘peculiar’ da Instituição tem o seu marco inicial com a nomeação do seu corpo diretivo a 16 de Julho de 2010, despacho nº 102 do Gabinete da Então Ministra do Ensino Superior e da Ciência e Tecnologia e a respetiva tomada de posse no dia 26 de Agosto de 2010. Tem como missão o desenvolvimento de atividades de ensino, investigação científica e prestação de serviços à comunidade, através da promoção, difusão, criação, transmissão da ciência e cultura, bem como da promoção e realização da investigação científica nas diversas áreas do saber. A sua visão é ser uma Instituição de Ensino Superior de referência académica na V região e no país, com parcerias nacionais e internacionais, que promove o desenvolvimento dos saberes universais, que procura a excelência e o rigor nos domínios das ciências pedagógicas (ESPB, 2016).

A unidade Estatística descritiva é a primeira temática na disciplina de Probabilidade e Estatística II a ser ministrada no 3º ano do curso de Matemática para professores e futuros professores de diferentes níveis de ensino (ensino superior, ensino geral). O programa da disciplina de Probabilidade e Estatística II contempla um total de 60 horas letivas, apresenta os seguintes objetivos específicos, conteúdos, resultados esperados, planificação de aulas e sistema de avaliação (MES, 2010):

Objetivos específicos

1. Descrever os tipos de escala (nominal, ordinal, de intervalos e de razões ou proporções), partindo do fato de que o conceito de escala é a forma matemática de expressão, medição e características aleatórias que se estudam usando exemplos relacionados fundamentalmente com a escola.

2. Aplicar a nível produtivo a estatística descritiva de dados estudados, na solução de problemas de carácter científico relacionados fundamentalmente com a escola: obtenção de dados, representação mediante tabelas e gráficos, processo de redução da informação.
3. Descrever o grau de associação de duas variáveis mediante o cálculo e interpretação do coeficiente de correlação correspondente, a um nível reprodutivo e produtivo, a partir de dados extraídos das escolas.

Conteúdos

Variáveis. Variáveis qualitativas e quantitativas. Variáveis discretas e contínuas. Escalas de medição: nominal, ordinal, de intervalos e de razão ou de proporções. Representação dos valores das variáveis (dados) mediante tabelas de frequências. Representação em gráficos de barras, circulares, histogramas, e polígonos de frequência absoluta e acumulada. Processo de redução da informação mediante o cálculo de características numéricas: Medidas de tendência central, de posição, de dispersão.

Resultados esperados

Espera-se que os alunos analisem situações da vida real, formulem e resolvam problemas que exijam o processamento de dados em que se apliquem conhecimentos sobre estatística descritiva com a finalidade de interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, dar argumentos apoiados nos dados que se podem encontrar no nosso contexto seja através de visitas a instituições ou análise de informações estatísticas relevantes proporcionadas pelos meios de difusão massiva e analisar opiniões com respeito a tais informações.

Planificação de aulas

Na planificação do sistema de aulas se deve ter em conta uma visão integradora da atividade para o processamento de dados, em que se revele a realização do sistema de ações e operações que se realizam ao fazer: (i) análise da situação de partida ou inicial, caracterizada pela realização de reflexões, desde diferentes pontos de vista sobre problemas que se verificam na realidade objetiva e sobretudo na área de educação e que são suscetíveis de ser analisados desde o ponto de vista estatístico. Assim se devem realizar reflexões sobre a informação que suporta o problema e se executam ações para identificar e analisar os dados que se requerem para o seu estudo; (ii) a obtenção dos

dados, que abarca a planificação e execução do processo de busca dos dados necessários para o estudo de um fenómeno determinado, em que se realizam ações de planificar, selecionar, localizar, recompilar, codificar, classificar e registar os dados obtidos; (iii) a simplificação dos dados, que se caracteriza por submeter a informação a processos de transformação dos dados que se têm (qualitativos ou quantitativos), assim como os resultados das medições realizadas em que se executam ações para organizar, tabular, quantificar, calcular e representar em tabelas e gráficos e por meio de medidas representativas os dados recompilados e a comunicação dos resultados obtidos, que se caracteriza pela expressão, em forma oral e escrita, da informação que proporcionam os dados. Esta comunicação dos resultados se deve fazer de forma faseada para permitir corrigir possíveis erros na análise do problema. Se pode aproveitar e criar espaços de intercâmbio entre os alunos através dos resultados dos diferentes problemas em função dos tipos de dados se utilizaram diferentes métodos para análise do problema que se trate. Isso também permitirá aos alunos valorizar as vantagens e limitações dos diferentes métodos, analisar um mesmo problema desde diferentes formas.

Sistema de avaliação

É realizado um sistema de avaliação frequente e final. As avaliações frequentes podem ser perguntas escritas, orais, problemas ou tarefas realizadas na aula e trabalhos onde se propicie a autoavaliação e coavaliação. A avaliação final se realizará a partir da valoração dos resultados obtidos durante o curso nas avaliações frequentes e trabalhos em grupo.

Com efeito, devo recordar que o presente programa apresenta objetivos específicos, conteúdos, resultados esperados, planificação de aulas e sistema de avaliação bem explicitados. É de referir que não consta os recursos de ensino e o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação. Além disso, é notória a ausência da distribuição dos subtemas ou tópicos por tempos letivos.

Importa salientar que as tarefas trabalhadas em sala de aula, na disciplina de Probabilidade e Estatística II e particularmente na unidade de Estatística descritiva, com os alunos participantes neste estudo, foram essencialmente exercícios de aplicação de conhecimentos adquiridos através de um ensino expositivo.

Participantes

Os participantes deste estudo foram os alunos do 3º ano do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié que frequentaram a disciplina de Probabilidade e Estatística II

no ano letivo de 2016. A turma era constituída por 35 alunos mas, por razões desconhecidas, 7 alunos não estiveram presentes no dia em que foram aplicadas as tarefas que servem de base a este estudo. Assim, 28 alunos resolveram as tarefas propostas, sendo 23 do sexo masculino e 5 do sexo feminino, com idades compreendidas entre os 20 e 41 anos. De salientar ainda que dos participantes, 3 já são professores do Ensino Primário, 1 é funcionário do Ministério do Interior e 24 são estudantes.

O desempenho académico destes participantes na disciplina de Probabilidade e Estatística II foi regular. Comparando o desempenho nesta disciplina com as demais disciplinas do curso como, Equações Diferenciais Ordinárias, Aritmética e Teoria de Números, segundo os professores que as lecionaram, os alunos revelam um desempenho regular. É de referir, que há um pequeno grupo de alunos que se destaca pela positiva, com bom aproveitamento. No que se refere ao comportamento, foi considerado positivo. Concernente ao relacionamento entre os alunos é saudável.

3.3. Recolha de dados

Antes de dar início ao processo de recolha de dados procedi às diligências necessárias para levar a cabo o estudo, solicitando autorização por escrito (Anexo1) ao Diretor Geral da Escola Superior Pedagógica do Bié, explicitando os objetivos e os procedimentos previstos. Solicitei igualmente a colaboração aos alunos do 3.º ano do curso de Matemática na resolução de um conjunto de tarefas que constituíram o instrumento de recolha de dados, informando-os também dos seus objetivos e garantindo-lhes a confidencialidade dos dados recolhidos e o seu anonimato.

Para Quivy e Campenhoudt (1993), o investigador recolhe documentos por duas razões diferentes: “ou tenciona estudá-los por si próprios (...) ou espera encontrar neles informações úteis para estudar outro objeto” (p. 201). De acordo com os mesmos autores, as duas variantes mais frequentemente utilizadas em investigação social “são por um lado, a recolha de dados estatísticos e, por outro lado, a recolha de documentos de forma textual provenientes de instituições” (p. 202). Tendo em conta os objetivos do presente estudo, optei pela variante da recolha de documentos de forma textual.

O método de recolha de dados usado é, desta forma, a recolha documental, por considerar que me pode trazer elementos relevantes para o problema em estudo, em particular as resoluções dos alunos de um conjunto de tarefas propostas visando analisar o seu

desempenho no que respeita a: representação e interpretação de dados e medidas estatísticas de localização.

Assim, aos alunos foram propostas um conjunto de 6 tarefas (anexo 2). As tarefas, descritas na tabela seguinte, enquadram-se nos seguintes objetivos curriculares: (i) construir e interpretar tabelas de frequências e gráficos; (ii) ler, compreender e interpretar a informação apresentada; (iii) comparar as representações de vários conjuntos de dados e tirar conclusões; (iv) ler e compreender a representação gráfica em caule-e-folha e os conceitos de mediana, amplitude de um conjunto de dados; (v) ler, interpretar e construir o gráfico circular utilizando as frequências absolutas ou informação apresentada de diversas formas e (vi) ler, interpretar e comparar as medidas estatísticas de localização (moda, média e mediana) e atribuir significado aos seus valores.

Tabela 5 - Tarefas e objetivos curriculares

Tarefa	Objetivos curricular da tarefa
Tarefa 1 “Inquérito a um grupo de compradores de carro”	Construir e interpretar tabelas de frequências e gráficos.
Tarefa 2 “Automóveis vendidos”	Ler, compreender e interpretar a informação apresentada.
Tarefa 3 “Vamos pesar laranjas”	Comparar as representações de vários conjuntos de dados e tirar conclusões.
Tarefa 4 “Quantos segundos se consegue estar sem respirar”	Ler e compreender a representação gráfica em caule-e-folha e os conceitos de mediana, amplitude de um conjunto de dados.
Tarefa 5 “Países produtores de arroz”	Ler, interpretar e construir o gráfico circular utilizando as frequências absolutas.
Tarefa 6 “Ordenados na empresa”	Ler, interpretar e comparar as medidas estatísticas de localização (moda, média e mediana) e atribuir significado aos seus valores.

As tarefas

Passo, em seguida, a apresentar uma descrição das tarefas e seus objetivos. As tarefas foram selecionadas e elaboradas tendo em conta os objetivos gerais de aprendizagem, segundo o programa de Probabilidade e Estatística II, concretamente na representação e interpretação de dados e medidas estatísticas de localização.

Tarefa 1 - Inquérito a um grupo de compradores de carro

A realização da primeira tarefa tem como objetivo principal, construir e interpretar tabelas de frequências e gráficos. Assim, a primeira questão tem como objetivo a construção de uma tabela de frequências absolutas e relativas para uma variável quantitativa discreta. Na segunda questão, esperava-se que os alunos fossem capazes de representar os dados num gráfico à sua escolha e justificar a opção. Na terceira questão, pedia-se a interpretação dos

dados e na quarta questão, para calcular o valor da média e atribuir significado ao valor encontrado.

Tarefa 2 - Automóveis vendidos

A segunda tarefa tem como objetivo principal, ler, compreender e interpretar a informação apresentada, num gráfico circular. De salientar que esta tarefa envolvia diversos níveis de interpretação e compreensão gráfica de Cúrcio (1989). A primeira questão requeria a leitura dos dados (nível 1 - ler os dados). A segunda e a terceira questões solicitavam a leitura e interpretação do gráfico (nível 2 - ler entre os dados). Na quarta questão, pedia-se aos alunos a leitura e interpretação da informação apresentada no gráfico circular para formularem duas afirmações, uma verdadeira e outra falsa, e a quinta questão, pedia aos alunos para fazerem inferências (nível 3 - ler para além dos dados).

Tarefa 3 - Vamos pesar laranjas

A terceira tarefa tem como objetivo principal comparar as representações de vários conjuntos de dados e tirar conclusões. A primeira questão, tem como objetivo identificar a variável em estudo e a sua natureza. A segunda questão pedia aos alunos para organizar os dados em caule-e-folhas e calcular ou identificar o peso predominante das laranjas. A terceira questão solicitava aos alunos para completarem uma tabela de frequências. Na quarta questão esperava-se que os alunos fossem capazes de construir o histograma e interpretar a distribuição do peso das laranjas. Na quinta questão, pedia-se aos alunos a comparação da representação de caule-e-folhas com o histograma. Por fim, na sexta questão, solicitava-se aos alunos uma interpretação dos dados.

Tarefa 4 - Quantos segundos se consegue estar sem respirar

A quarta tarefa tem como objetivo principal, ler e compreender a representação gráfica em caule-e-folha e os conceitos de mediana, amplitude de um conjunto de dados. A primeira questão tem como objetivo a leitura dos dados (nível 1- ler os dados) a partir da representação de caule-e-folhas. A segunda questão envolvia a representação e interpretação dos dados (nível 2 - ler entre os dados) a partir da representação de caule-e-folhas. A terceira questão pedia aos alunos o cálculo da média. A quarta e quinta questões, envolviam a interpretação dos dados (nível 2 - ler entre os dados). A sexta questão pedia aos alunos para identificar e interpretar a mediana e a sétima questão, solicitava a construção de um gráfico adequado para representar os dados e justificar a escolha.

Tarefa 5 - Países produtores de arroz

A quinta tarefa tem como objetivo principal, ler, interpretar e construir o gráfico circular utilizando as frequências absolutas. A primeira questão solicitava aos alunos a identificação do valor lógico de um conjunto de afirmações. A segunda questão pedia aos alunos para formularem uma questão que pudesse ser respondida a partir do gráfico de barras. A terceira questão envolvia a leitura e interpretação da informação apresentada no gráfico de barras e o cálculo da média. A quarta questão pedia aos alunos a construção do gráfico circular e a quinta questão, de (nível 2 - ler entre os dados) envolvia a leitura, interpretação e transformação dos dados.

Tarefa 6 - Ordenados na empresa

A sexta tarefa tem como objetivo principal, ler, interpretar e comparar as medidas estatísticas de localização (moda, média e mediana) e atribuir significado nos seus valores. A primeira questão solicitava aos alunos para identificarem a moda dos ordenados mensais, explicando o significado do valor encontrado. Na segunda questão, pedia-se aos alunos para calcularem o valor da mediana dos ordenados mensais e atribuir significado ao valor encontrado. Na terceira questão, pedia-se aos alunos para calcularem a média dos ordenados mensais e explicar o significado do valor encontrado. A quarta questão pedia aos alunos para identificarem e justificarem qual a medida estatística de localização que melhor descreve a distribuição dos ordenados. A quinta questão solicitava aos alunos para identificarem e justificarem as alterações ocorridas na média e na mediana após uma alteração dos valores máximos da distribuição inicial. A sexta questão pedia aos alunos para comentarem uma afirmação envolvendo as propriedades da média.

As tarefas foram aplicadas no final da lecionação da disciplina de Probabilidade e Estatística II, com o intuito de analisar o desempenho dos alunos do 3º ano do curso de Matemática. Os alunos tiveram 90 minutos para as resolver, sob supervisão do investigador, que coordenou e esteve presente durante a sua aplicação, e sempre que acharam necessário usaram calculadoras para efetuar cálculos.

3.4. Análise de dados

A análise dos dados na pesquisa qualitativa envolve extrair sentido dos dados do texto e da imagem, indo cada vez mais fundo no processo da sua compreensão e realizar uma interpretação do significado mais amplo dos dados (Creswell, 2010).

Para o presente trabalho optei por uma análise inicial quantitativa e descritiva das respostas dos 28 alunos (identificados por números de 1 a 28 para garantir o anonimato) às seis tarefas propostas e depois realizei também a sua análise qualitativa no que respeita à construção e interpretação de tabelas e representações gráficas e/ou à interpretação de medidas estatísticas de localização.

A descrição quantitativa de dados do presente estudo centrou-se na percentagem de respostas dos alunos às tarefas, que foram classificadas como correta, incorreta ou não resposta. Foram consideradas respostas corretas, aquelas em que o seu conteúdo correspondia ao procedimento ou significado esperado de acordo com a literatura (Martins & Ponte, 2010; Reis, 2012; Martins, Loura & Mendes, 2007). Como não resposta, foi considerada aquela em que o aluno deixou em branco.

Esta descrição está resumida em tabelas, onde são indicadas as percentagens de respostas dos alunos que foram determinadas para cada categoria.

As respostas escritas dos alunos às tarefas propostas foram também analisadas qualitativamente, fazendo uma descrição e interpretação do desempenho dos alunos na resolução das tarefas e apresentando exemplos que o evidenciem, concretamente: (i) na construção de tabelas de frequência e diversas representações gráficas; (ii) na interpretação de tabelas de frequência e diversas representações gráficas; e (iii) na compreensão das medidas estatísticas de localização. Foram analisados também os principais erros e dificuldades que revelam nestes aspetos referidos.

Capítulo IV

Análise dos dados

Neste capítulo analiso o desempenho dos alunos do 3.º ano do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié-Angola na resolução de seis tarefas, propostas no final da lecionação da unidade curricular de Estatística Descritiva, envolvendo a representação e interpretação de dados e medidas estatísticas de localização. Esta análise está organizada por tarefa e, para cada uma delas, começo por apresentar uma perspetiva geral, quantitativa e descritiva, das respostas dos alunos (classificadas como corretas, incorretas e não resposta). Depois analiso as suas respostas no que respeita à construção e interpretação de tabelas e representações gráficas e/ou à interpretação de medidas estatísticas de localização, apresentando exemplos de resoluções que evidenciam o desempenho dos alunos. Procuro, ainda, identificar as dificuldades que os alunos revelam na realização das tarefas no que respeita aos aspetos analisados. No final de cada tarefa, apresento uma síntese com os principais resultados.

Tarefa 1- “Inquérito a um grupo de compradores de carro”

Nesta tarefa pretendia-se que os alunos fossem capazes de construir uma tabela de distribuição de frequências (absolutas e relativas) a partir de um conjunto de dados, representá-los num gráfico à sua escolha (justificada) e de calcular a sua média, explicando também o significado desta medida.

As respostas dos alunos a esta tarefa estão resumidas na tabela 6.

Tabela 6 - Distribuição do número de alunos por tipo de respostas às questões da tarefa 1

“Inquérito a um grupo de compradores de carro” (n = 28)

Tipo de resposta	Q1		Q2a		Q2b		Q3a		Q3b		Q4a		Q4b	
	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i
Corretas	3	11	8	29	0	0	14	50	1	4	2	7	0	0
Incorretas	25	89	18	64	23	82	8	29	21	75	8	29	16	57
Não resposta	0	0	2	7	5	18	6	21	6	21	18	64	12	43

n_i – número de respostas; f_i – percentagem de respostas

Os resultados evidenciam que os alunos tiveram muitas dificuldades na resolução da tarefa, uma vez que a maioria dos alunos não respondeu ou respondeu incorretamente em todas as questões. É de salientar que um número muito significativo de alunos não responde às questões 4a e 4b que requeriam o cálculo e a interpretação da média.

A primeira questão, à qual todos os alunos responderam, solicitava a construção de uma tabela de distribuição de frequências absolutas e relativas para uma variável quantitativa discreta (número de reparações ou substituições de peças por automóvel). Apenas três alunos (11%) responderam corretamente à questão, construindo um quadro de frequências (absolutas e relativas) em que as classes estão bem definidas atendendo ao tipo de variável discreta em estudo (inclusivamente consideraram a classe do 6 apesar da ausência deste valor no conjunto de dados) e em que os valores das respetivas frequências (absolutas e relativas) também foram corretamente determinadas, embora dois destes alunos não tenham apresentado a soma das frequências relativas, como mostra a resposta da figura seguinte:

Tabela

i	f_i	f_i^r
0	3	$\frac{3}{40} =$
1	12	$\frac{12}{40} =$
2	10	$\frac{10}{40} =$
3	8	$\frac{8}{40} =$
4	4	$\frac{4}{40} =$
5	2	$\frac{2}{40} =$
6	0	$\frac{0}{40} =$
7	1	$\frac{1}{40} =$
Σ	40	

Figura 1 - Resposta correta do aluno 28

Nesta questão, quase todos os alunos (89%) definiram intervalos para organizar os dados na tabela de frequências, sem atender ao tipo de variável em estudo e aos seus valores. A pequena amplitude dos dados e o tipo de variável discreta envolvida nesta questão torna desadequado o seu agrupamento em intervalos, pelo que as respostas destes alunos foram consideradas incorretas. Estas respostas mostram que na construção de tabelas de distribuição os alunos recorrem a procedimentos de organização de dados em intervalos sem compreenderem a sua utilidade para resumir grandes conjuntos de dados e tornar perceptível a sua distribuição. Para além disso, a maioria destes alunos também não definiu corretamente as classes e cometeu erros na determinação das respetivas frequências, como exemplificam as respostas das figuras 2 e 3 seguintes:

1) Rd: 000 11111 1111111 2222222222 3333333
 34444557 $n=40$
 2º) $at_T = V_{\max} - V_{\min}$
 $at_T = 7 - 0$
 $at_T = 7$
 2º) $k = \sqrt{n} \Rightarrow k = \sqrt{40} \Rightarrow k = 6,32 \approx k = 6$
 3º) $h_T = \frac{at_T}{k} \Rightarrow h_T = \frac{7}{6} \Rightarrow h_T = 1,16 \approx h_T = 2$
 4º) 01 — 2
 21 — 4
 41 — 6
 61 — 8

1º)

i	Classe	f_i	h_i
1	01 — 2	15	0,3
2	21 — 4	18	0,4
3	41 — 6	6	0,1
4	61 — 8	7	0,2
Total		46	1

Figura 2 - Resposta incorreta do aluno 1

Como se pode observar na resolução do aluno 1, ele sente necessidade de ordenar os dados de forma crescente antes de iniciar a sua organização. Depois, calcula corretamente o valor da amplitude total da amostra, usa uma regra que conhece para determinar o número de classes a construir e, a partir destes dois resultados, calcula também a amplitude do intervalo de classe fazendo o devido arredondamento por excesso para 2, de modo a que as classes construídas permitam incluir todos os valores da amostra. Não é possível, no entanto, saber se o aluno compreende a razão de utilizar o arredondamento por excesso ou o faz de modo procedimental e imitativo de outras tarefas realizadas em sala de aula. Na construção da tabela, este aluno constrói corretamente as classes atendendo aos cálculos anteriores mas comete depois erros na determinação das frequências absolutas, concretamente na última classe, quando em vez de colocar a frequência do valor 7 coloca o próprio valor da variável. Apesar disso, o aluno não teve dificuldade em calcular as frequências relativas a partir das frequências absolutas, tendo o cuidado de realizar os arredondamentos para que a sua soma desse 1. Deste modo, o aluno evidencia falta de compreensão dos procedimentos de organização de dados, embora os conheça bem e seja capaz de os aplicar.

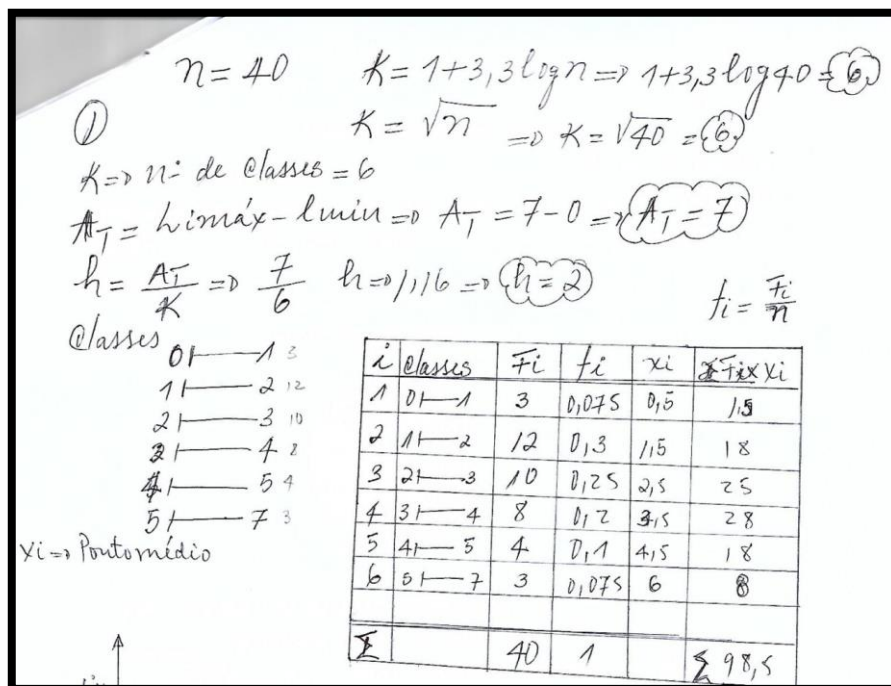


Figura 3 - Resposta incorreta do aluno 19

Na sua resolução, o aluno 19 utiliza duas regras (a segunda foi apresentada pelo professor em sala de aula, já a primeira resulta de pesquisas feita pelo aluno) para calcular o número de classes, possivelmente para confirmar o valor obtido, evidenciando não reconhecer as condições da aplicabilidade de cada uma das regras. No entanto, no cálculo da amplitude de classe o aluno faz o devido arredondamento por excesso, para 2, mas comete depois alguns erros na construção das classes. Começa por desconsiderar o valor 2 obtido para a amplitude da classe e constrói classes de amplitude 1, exceto a última que tem uma amplitude de 2. Esta decisão pode estar relacionada com querer cumprir o número de classes que determinou inicialmente (6 classes) e precisar de incluir o máximo do seu conjunto de dados (que é 7) nas classes construídas ou por não ter considerado um número de reparações igual a 6 uma vez que o conjunto de dados não o inclui. Deste modo, a tabela está incorretamente construída, com classes de amplitudes diferentes, sendo que a última classe não inclui o seu limite superior e, portanto, apesar de ter considerado uma amplitude diferente para esta classe, o máximo do conjunto de dados (7) continua a não poder ser representado. Ainda assim, o aluno contabilizou-o no cálculo das frequências, o que evidencia que não está ciente deste facto, revelando o uso de procedimentos sem compreensão.

Ao construir a tabela, alguns alunos ainda integram duas colunas (x_i e $F_i \times x_i$) cujos valores são comumente calculados para facilitar posteriormente o cálculo da média, como se confirma na figura 13, embora não seja possível saber se os alunos as consideram

como fazendo parte da tabela ou as incluem apenas quando resolvem a questão 4 solicitando a média.

Na segunda questão da tarefa, pedia-se aos alunos para representarem os dados num gráfico à sua escolha e para justificarem essa opção. Esperava-se que os alunos fossem capazes de selecionar um gráfico adequado à representação da variável quantitativa discreta em estudo, procedendo à sua correta construção e justificando a sua escolha com base nas características do gráfico e no tipo de variável a representar.

A primeira parte da questão, solicitava a seleção do gráfico. Oito alunos (29%) responderam de forma correta, optando pelo gráfico de barras ou pelo gráfico circular. A seleção do gráfico circular foi considerada adequada por permitir comparar as frequências relativas de diferentes valores da mesma variável (em percentagens). Já o gráfico de barras permite transmitir a mensagem contida nos dados através das alturas das barras, tendo um efeito mais visual. A maioria das respostas dos alunos (64%) foi considerada incorreta porque estes alunos selecionaram o histograma. Esta opção não será adequada para a variável discreta em estudo mas era esperada se atendermos às dificuldades evidenciadas pelos alunos na questão anterior, quando construíram classes para representarem os dados e estaria correta neste caso.

A segunda parte da questão, pedia aos alunos a construção do gráfico. A maior parte dos alunos (82%) revelou dificuldades, como mostram as respostas nas duas figuras seguintes:

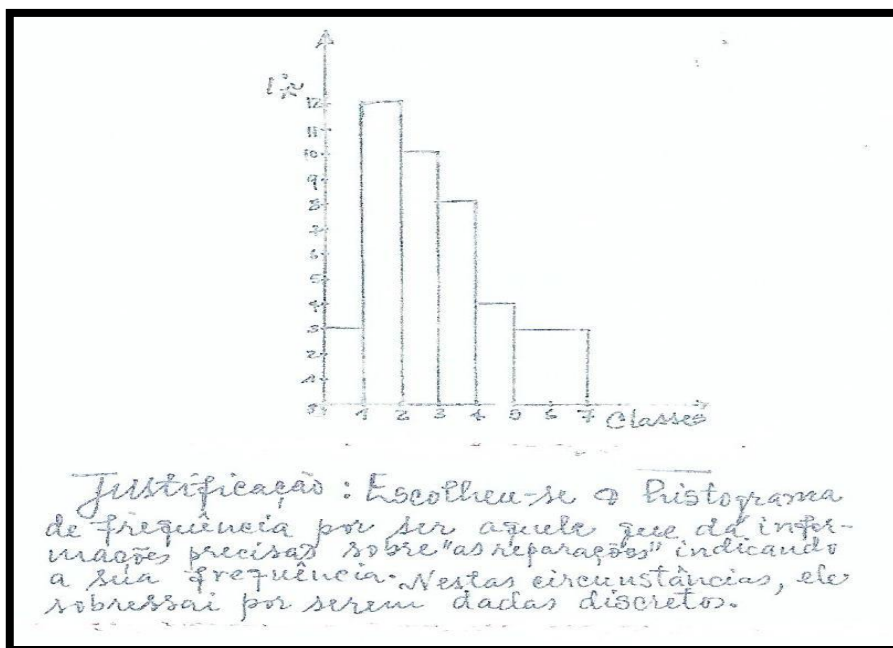


Figura 4 - Resposta incorreta do aluno 19

Na figura 4, o aluno denomina o gráfico de histograma, apesar de construído com as frequências absolutas. A altura de cada retângulo apresenta a frequência absoluta com que o valor da classe ocorre no conjunto de dados. A principal dificuldade identificada foi a falta de conhecimento de como construir um histograma. A sua justificação é válida, visto que a partir do gráfico é possível identificar as alturas, dos números maior e menor das reparações.

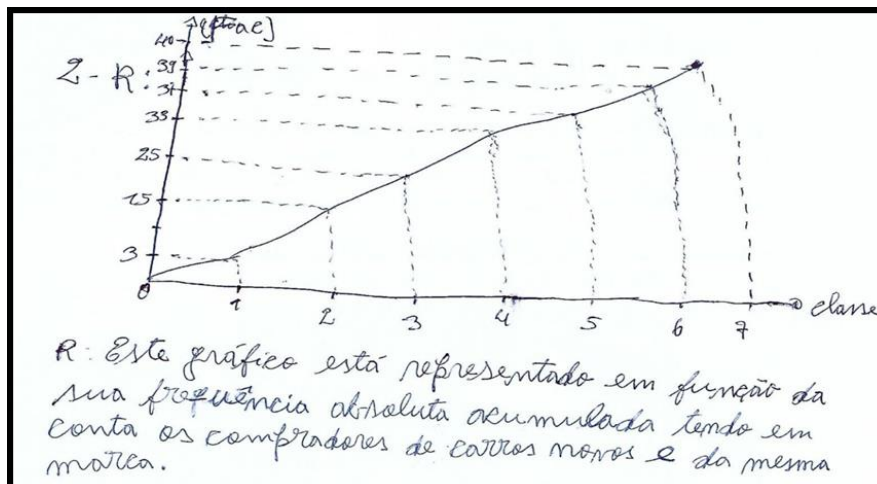


Figura 5 - Resposta incorreta do aluno 9

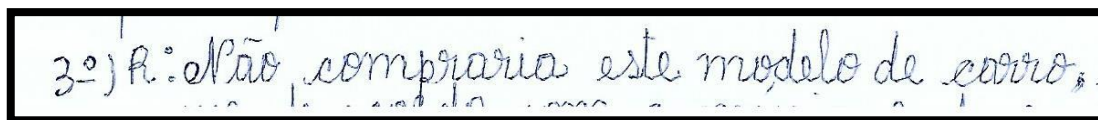
Na figura 5, o aluno 9, por seu lado, constrói um gráfico com falta de rigor na representação gráfica, pois não conseguimos determinar ou interpretar em que o aluno se baseou para a sua representação e na justificação da escolha do gráfico o aluno apenas apresenta uma descrição da forma como o gráfico foi construído. Esta questão solicitava ainda aos alunos que indicassem as vantagens do gráfico escolhido referindo-se aos demais gráficos, e a relação com a tabela de distribuição de frequências construída na questão anterior. É de salientar que nenhum aluno respondeu a esta parte da questão.

Na terceira questão esperava-se que os alunos fossem capazes de observar que mais de metade dos carros requer um número de reparações inferior a 2, as quais são gratuitas, e de articular esta informação com o contexto para, com base nos dados, decidirem pela compra do carro. Nesta questão, catorze alunos (50%) responderam de forma correta, afirmando que comprariam este modelo de carro:

③ - Claro que compraria.

Figura 6 - Resposta correta do aluno 7

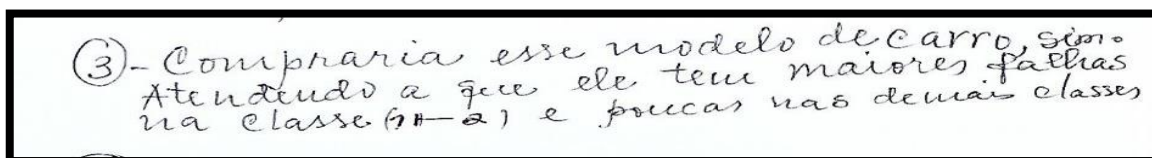
No entanto, oito alunos (29%) responderam de forma incorreta, dizendo que não comprariam este modelo, conforme a figura a seguir:



3º) R.: Não compraria este modelo de carro.

Figura 7 - Resposta incorreta do aluno 1

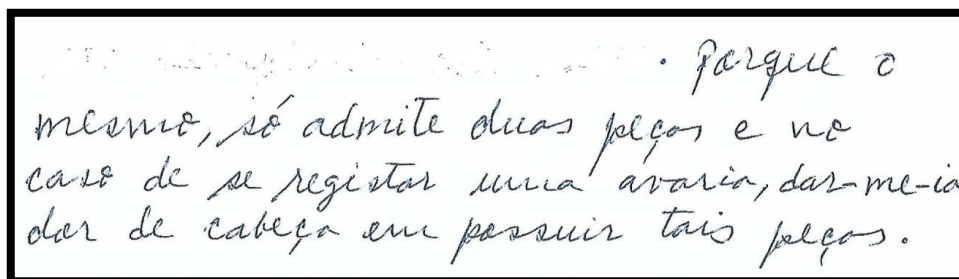
A questão ainda solicitava aos alunos para justificarem sobre a sua decisão da compra deste modelo de carro. Apenas um aluno (4%) dos que responderam corretamente, apresentou uma justificação considerada correta, fazendo uma interpretação adequada dos dados organizados em tabela de frequências. O aluno identificou que o intervalo de classe (2) apresentava a maior frequência absoluta, como mostra a figura:



3º) Compraria esse modelo de carro, sim. Atendendo a que ele tem maiores falhas na classe (1-2) e poucas nas demais classes.

Figura 8 - Resposta correta do aluno 19

Vinte e um alunos (75%) apresentaram repostas consideradas incorretas. Usaram a linguagem natural para responder e não tomam a decisão com base em dados do enunciado ou da tabela, evidenciando dificuldades em interpretar os dados a partir do enunciado ou da tabela, conforme se observa na figura a seguir:



... porque o mesmo, só admite duas peças e no caso de se registar uma avaria, dar-me-ia dor de cabeça em possuir tais peças.

Figura 9 - Resposta incorreta do aluno 5

Na questão 4 pedia-se aos alunos para calcularem o número médio de reparações ou substituições de peças durante o primeiro ano de utilização dos carros e explicar o seu significado. Esperava-se que os alunos fossem capazes de calcular a média e interpretar o seu significado no contexto deste problema, concluindo que se todos os carros efetuarem o mesmo número de reparações esse número é 2 (média).

Na primeira parte da questão 4, que solicitava aos alunos para calcularem o número médio de reparações ou substituições de peças durante o primeiro ano de utilização dos carros, apenas dois alunos (7%) responderam de forma considerada correta. É de referir

que nenhum aluno calculou a média a partir dos dados do enunciado. Os alunos que responderam de forma correta, mobilizaram a expressão da média ponderada e extraíram os dados da tabela construída na questão 1. Multiplicaram depois os diferentes valores dos dados pelas frequências absolutas respectivas e dividiram pelo número total de elementos da amostra, efetuando bem os cálculos, como mostra a figura a seguir:

x_k	f_k	f_k	$f_k \cdot x_k$
0	3	0,075	3
1	12	0,3	12
2	10	0,25	20
3	8	0,2	24
4	4	0,1	16
5	2	0,05	10
7	1	0,025	7
Σ	40		

4) R: $\bar{x} = \frac{\sum f_k \cdot x_k}{n}$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_k \cdot x_k}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{3 \times 0 + 1 \times 12 + 2 \times 10 + 3 \times 8 + 4 \times 4 + 2 \times 5 + 7 \times 1}{40}$$

$$\bar{x} = \frac{0 + 12 + 20 + 24 + 16 + 10 + 7}{40}$$

$$\bar{x} = \frac{89}{40}$$

$$\bar{x} = 2,2$$

Figura 10 - Resposta correta do aluno 10

Oito alunos (29%) responderam de forma incorreta, conforme mostram as figuras seguintes. Alguns destes alunos calcularam a mediana em vez da média, como por exemplo o aluno 18, revelando uma interpretação incorreta do conceito ‘número médio’ solicitado no enunciado.

4) R: $\frac{2+2}{2} = 2$ o número médio de reparações ou substituições de peças feitas no 1º Ano de utilização dos carros foi de 2.

Figura 11 - Resposta incorreta do aluno 18

Outros alunos, que tinham organizado os dados em intervalos, recorreram à expressão da média ponderada usando os pontos médios desses intervalos e as respectivas frequências absolutas mas enganaram-se nos cálculos da tabela de frequências. Por exemplo, o aluno 1 tem as frequências absolutas mal calculadas na construção da tabela de frequências e o aluno 19 tem as classes com amplitudes diferentes, como mostram as figuras seguintes:

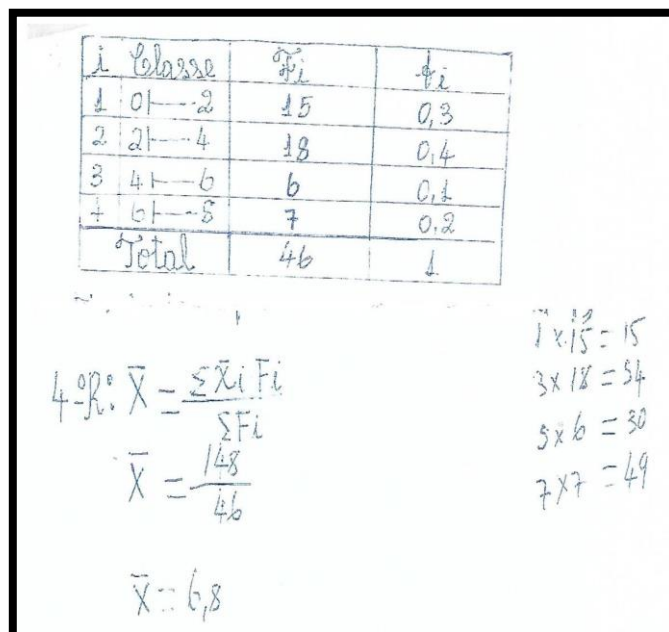


Figura 12 - Resposta incorreta do aluno 1

④ $\bar{x} = \frac{\sum f_i \times x_i}{\sum f_i}$

$\bar{x} = \frac{98,5}{40}$

$\bar{x} = 2,46$

Figura 13 - Resposta incorreta do aluno 19

Depois de calcularem a média, os alunos eram solicitados a explicarem o significado do valor encontrado. Dezasseis alunos (57%) responderam de forma incorreta porque se limitaram a descrever o procedimento algorítmico que usaram no cálculo da média e não explicam o significado do valor obtido, demonstrando dificuldades na interpretação do conceito de média, como mostra a figura abaixo:

O significado do valor encontrado
 Cinge-se no somatório do ponto médio multipli-
 cando-se com a frequência absoluta em função
 do somatório da frequência absoluta ou mesmo
 pelo seu número de observações.

Figura 14 - Resposta incorreta do aluno 9

Resumindo, nesta tarefa, a maioria dos alunos revelou dificuldades em identificar e relacionar a variável em estudo com as características das representações e suas potencialidades para organizar os dados, o que os levou a cometer erros na construção da

tabela de distribuição de frequências e que se repercutiram nas respostas às questões seguintes que nela se basearam, nomeadamente na seleção do gráfico mais adequado para representar os dados. Na construção de tabelas de distribuição os alunos recorrem a procedimentos de organização de dados em intervalos sem compreenderem a sua utilidade para resumir grandes conjuntos de dados e tornar perceptível a sua distribuição. Para além disso, os alunos não definiram corretamente as classes, cometeram erros na determinação das respetivas frequências e na construção de classes de amplitudes diferentes. Um aluno utiliza duas regras para calcular o número de classes evidenciando não reconhecer as condições da aplicabilidade de cada uma das regras. Quanto a seleção de gráficos, um número reduzido de alunos selecionou o gráfico de barras e o gráfico circular. A maior parte dos alunos selecionou o histograma. Esta opção já era esperada se atendermos às dificuldades evidenciadas pelos alunos quando construíram classes para representarem os dados a variável discreta. Na construção dos gráficos, os alunos constroem os diferentes tipos de gráficos com falta de rigor, a maioria dos alunos apresenta um tipo de gráfico que o denominam de histograma e apresentam-no com as frequências absolutas. Por sua vez, os alunos revelaram um baixo nível de compreensão com relação às medidas estatísticas de localização (média). Os poucos alunos que responderam corretamente mobilizaram a expressão da média ponderada. A maior parte dos alunos descreveu o procedimento algorítmico e revelaram dificuldades em atribuir significado ao valor da média.

Tarefa 2 - “Automóveis vendidos”

Nesta tarefa, pretendia-se que os alunos fossem capazes de interpretar a informação apresentada no enunciado, num gráfico circular, e responder a um conjunto de questões que requeriam diversos níveis de interpretação e compreensão gráfica. As respostas dos alunos a esta tarefa estão resumidas na tabela 7.

Tabela 7 - Distribuição do número de alunos por tipo de respostas às questões da tarefa 2

<i>“Automóveis vendidos” (n = 28)</i>										
Tipo de resposta	Q1		Q2		Q3		Q4		Q5	
	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i
Corretas	27	96	8	29	9	32	20	71	0	0
Incorretas	0	0	15	53	18	64	0	0	17	61
Não resposta	1	4	5	18	1	4	8	29	11	39

n_i – número de respostas; f_i – percentagem de respostas

Os resultados evidenciam que a questão 1, que requeria apenas a leitura dos dados a partir do gráfico circular, revelou-se ser a mais fácil para os alunos pois todos lhe responderam corretamente, à exceção de 1 aluno que não respondeu. Os alunos tiveram muitas dificuldades nas questões 2, 3 e 5 que envolviam outros níveis de compreensão gráfica (ler entre os dados e ler para além dos dados), uma vez que na sua maioria não respondeu ou respondeu incorretamente. É de salientar também que na questão 4, à semelhança do ocorrido na questão 1, todos os alunos que responderam fizeram-no de forma correta, embora uma percentagem significativa não tenha respondido a esta questão.

A primeira questão solicitava aos alunos para indicarem qual a percentagem de automóveis vendidos em Portugal, em 2008, a partir da leitura de um gráfico circular. Quase todos os alunos (96%) responderam corretamente, revelando facilidade em fazer uma leitura dos dados representados no gráfico, conforme mostra a figura a seguir:

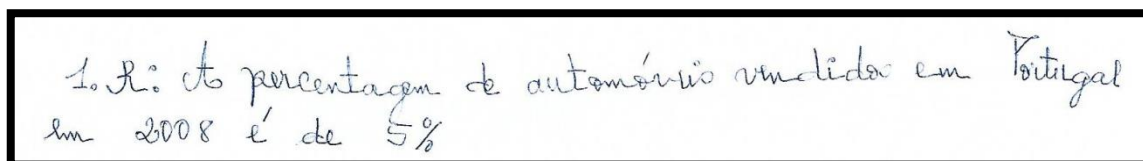
A rectangular box containing a handwritten response in blue ink. The text reads: "1. R: A percentagem de automóveis vendidos em Portugal em 2008 é de 5%". The handwriting is cursive and somewhat informal.

Figura 15 - Resposta correta do aluno 8

A segunda questão, de nível 2 de compreensão gráfica (ler entre os dados), pedia aos alunos para determinarem o número de automóveis vendidos em Portugal nesse mesmo ano. Esperava-se que os alunos fossem capazes de ler os dados do gráfico e relacioná-la com a informação dada no enunciado sobre o número de automóveis vendidos em 2008 no Reino Unido para obter a totalidade de automóveis vendidos em 2008 e depois calcular o número de automóveis vendidos em Portugal a partir da percentagem obtida na questão anterior. Oito alunos (29%) responderam de forma correta, associando o número de automóveis do Reino Unido dado no enunciado aos 50% do total de automóveis vendidos (informação obtida a partir do gráfico) e usam a regra de três simples para determinar o número de automóveis vendidos em Portugal. Estes alunos efetuam bem os cálculos, simplificam as unidades (o símbolo da percentagem), fazem o arredondamento por defeito para apresentarem um número inteiro para solução, revelando bom desempenho, como se mostra na figura a seguir:

2ª R: 50% —→ 2.131.794
 5% —→ x
 $50\% x = 10.658.970\%$
 $x = \frac{10.658.970\%}{50\%}$
 $x = 213.179,4$
 - Nesse ano, em Portugal foram vendidos aproximadamente 213.179 carros.

Figura 16 - Resposta correta do aluno 4

Quinze alunos (53%) responderam de forma incorreta ao usarem a regra de três simples mas fazendo corresponder o número de automóveis do Reino Unido à totalidade de carros vendidos (100%) e assumindo que o número de automóveis vendidos em Portugal é 50% da totalidade, evidenciando dificuldades na interpretação da informação disponibilizada no enunciado ou em relacioná-la com a do gráfico circular, conforme mostra a figura 17. Para além disso, alguns alunos também não respondem, apresentando apenas um número não inteiro como solução:

2ª R: Nesse mesmo ano, foram vendidos em Portugal ~~106.589.7~~ automóveis.
 106.589.7
 $2.131.794 \text{ — } 100\%$
 $x \text{ — } 50\%$
 $100\% x = 2.131.794 \cdot 50\%$
 $x = \frac{2.131.794 \cdot 50\%}{100\%}$
 $x = \frac{1.065.897}{100\%}$
 $x = \boxed{1.065.897} \quad 106.589.7$

Figura 17 - Resposta incorreta do aluno 18

A terceira questão, de nível 2 (ler entre os dados), solicitava os alunos a comparação do número de automóveis vendidos em Espanha com metade (50%) do número de automóveis vendidos no Reino Unido, em 2008 e a justificar.

Nove alunos (32%) responderam de forma correta, conforme mostram as figuras 18 e 19 a seguir, fazendo uma correta interpretação da questão e leitura dos dados do gráfico circular. Os alunos basearam-se na informação do gráfico para calcularem 50% do número de automóveis vendidos no Reino Unido em 2008, correspondente a 50% da totalidade de vendas nesse ano. Posteriormente comparam as percentagens dos dois países tendo o aluno 2 (figura 19) apresentado também uma justificação adequada, baseada em dados e usando linguagem natural.

tem-se:

$$\text{R.U. } 50\% \text{ de } 50\% \Rightarrow \frac{50\%}{2} = 25\%$$

Espanha 26%

logo:
 $26\% > 25\%$

Figura 18 - Resposta correta do aluno 7

③ - O número de automóveis vendidos em Espanha, é superior à 50% dos vendidos no Reino Unido. Porque, se o Reino Unido possui 50% da percentagem total e 50% da percentagem do Reino Unido é 25%. E 26% é superior à 25%.

Figura 19 - Resposta correta do aluno 2

Dezoito alunos (64%) responderam de forma incorreta ao interpretarem que o número de automóveis vendidos no Reino Unido, em 2008, tal como indicado no enunciado, correspondia à percentagem de automóveis vendidos no Reino Unido apresentada no gráfico que era de 50%. Por isso, de imediato efetuam a comparação deste valor com o valor da Espanha sem antes extraírem a metade dos 50% do valor do Reino Unido, como mostra, por exemplo, as resoluções do aluno 11 (figura 20) e do aluno 20 (figura 21) que responde usando a linguagem natural, evidenciando dificuldades na interpretação da questão, concretamente, na leitura e transformação dos dados apresentados no enunciado e no gráfico circular.

pelo Reino Unido.
Logo se $2.131.794 \rightarrow 50\%$
então, é $50\% > 26\%$ //

Figura 20 - Resposta incorreta do aluno 11

* 3. Sim, é inferior. Olhando para o gráfico apresen-
tado temos uma margem de elevade da cor azul
em relação a da cor verde, 50% do Reino Unido
contra 26% da Espanha.

Figura 21 - Resposta incorreta do aluno 20

Na quarta questão da tarefa, pedia-se aos alunos para apresentarem duas afirmações, uma verdadeira e outra falsa, sobre a informação apresentada no gráfico circular. Vinte alunos (71%) responderam de forma considerada correta. As afirmações apresentadas são consideradas de nível 1 (ler os dados) por emergirem e poderem ser validadas através de uma leitura do gráfico circular, como por exemplo a resposta do aluno 5 (figura 22).

④ Afirmação verdadeira: O Reino Unido, foi o país
que mais vendeu automóveis, neste mesmo
ano; ou seja, em 2008.

Afirmação falsa: O 2º país que mais vendeu
o no de carros, depois do Reino Unido, é
o Luxemburgo.

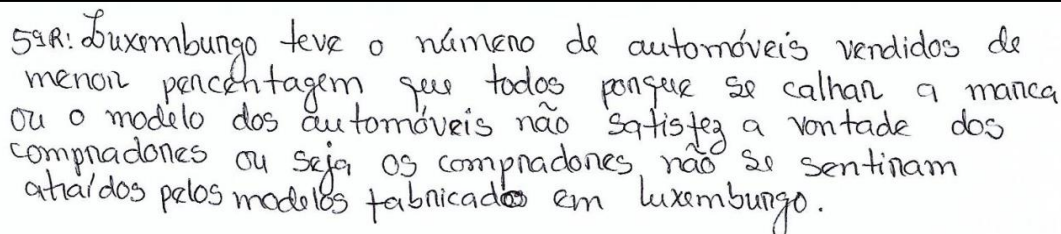
Figura 22 - Resposta correta do aluno 5

A quinta questão, de nível 3 (ler além dos dados), solicitava aos alunos para apresentarem uma possível justificação para que o Luxemburgo, considerado um país rico, apresentasse o menor número de automóveis vendidos entre todos os países considerados. A maior parte dos alunos (61%) apresenta justificações incorretas, possivelmente por não conhecerem o país e não conseguirem relacionar a sua dimensão e a riqueza, como é o caso do aluno 24 e do aluno 18 cujas respostas apresento nas figuras seguintes:



5ª R: Porque o número de automóveis vendidos é apenas de passageiros.

Figura 23 - Resposta incorreta do aluno 24



5ª R: Luxemburgo teve o número de automóveis vendidos de menor percentagem que todos porque se calhar a marca ou o modelo dos automóveis não satisfaz a vontade dos compradores ou seja os compradores não se sentiram atraídos pelos modelos fabricados em luxemburgo.

Figura 24 - Resposta incorreta do aluno 18

Com efeito, nem sempre é claro de onde surge a informação em que os alunos se baseiam para responder à questão, no caso do aluno 24 e outros argumentos são baseados na sua vivência quotidiana, como os que apresenta o aluno 18 que alega que o modelo do carro não é atraente embora reconheça a incerteza associada à sua inferência quando usa o termo “se calhar”.

Resumindo, na tarefa 2 “*Automóveis vendidos*”, os alunos revelaram bom desempenho nas questões de nível 1 (ler os dados), demonstrando facilidade em fazer uma leitura dos dados representados no gráfico circular. Os alunos evidenciaram dificuldades nas questões de nível 2 (ler entre os dados) quando precisaram de interpretar a informação disponibilizada no enunciado e relacioná-la com a do gráfico. Também revelaram dificuldades na questão de nível 3 (ler para além dos dados) que envolvia fazer inferência, o que vem confirmar que os alunos nem sempre se baseiam em dados para responder às questões, apresentando argumentos baseados na sua vivência quotidiana ou outros em que não é claro de onde surge a informação.

Tarefa 3 - “Vamos pesar laranjas”

Nesta tarefa, era fornecido um conjunto de dados e esperava-se que os alunos fossem capazes de identificar a variável em estudo, organizar os dados em tabelas ou gráficos, em particular usando um diagrama de caule-e-folhas ou um histograma, bem como interpretar essa informação e as medidas estatísticas de localização (moda).

As respostas dos alunos a esta tarefa estão resumidas na tabela 8.

Tabela 8 - Distribuição do número de alunos por tipo de resposta às questões da tarefa 3

“Vamos pesar laranjas” ($n = 28$)

Tipo de resposta	Q1		Q1a		Q2		Q2a		Q2b		Q3		Q4		Q4a		Q5		Q6	
	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i
Corretas	18	64	21	75	13	46	11	39	17	61	23	82	0	0	5	18	1	4	6	21
Incorretas	8	29	2	7	3	11	9	32	2	7	5	18	21	75	2	7	6	21	12	43
Não resposta	2	7	5	18	12	43	8	29	9	32	0	0	7	25	21	75	21	75	10	36

n_i – número de respostas; f_i – percentagem de respostas

Os resultados evidenciam que a maioria dos alunos teve um bom desempenho nas questões 1, 2b) e 3, relacionadas com a identificação da variável em estudo, a leitura e interpretação do diagrama de caule-e-folhas e o completar de uma tabela. No entanto, apresentaram muitas dificuldades nas questões 4, 5 e 6, não respondendo ou fazendo-o de forma incorreta, envolvendo a construção do histograma, a comparação da representação de caule-e-folhas e o histograma e a interpretação dos dados.

A primeira questão da tarefa solicitava aos alunos a identificação da variável em estudo. A maioria dos alunos (64%) respondeu de forma correta, como mostra a figura a seguir:

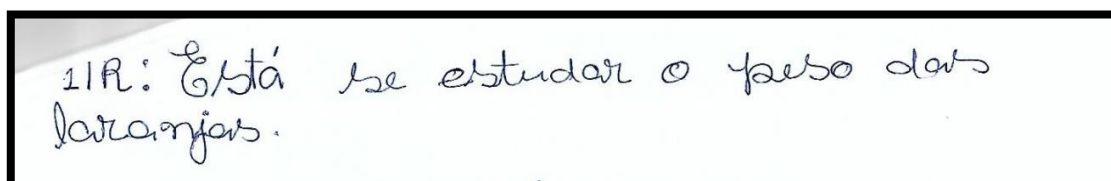


Figura 25 - Resposta correta do aluno 3

Oito alunos (29%) responderam de forma incorreta, não sendo capazes de identificar a variável em estudo, apresentando respostas que podem evidenciar dificuldades na interpretação da questão (aluno 2 e 14) ou em concretizar o objeto de estudo (aluno 24), como mostram as figuras a seguir:

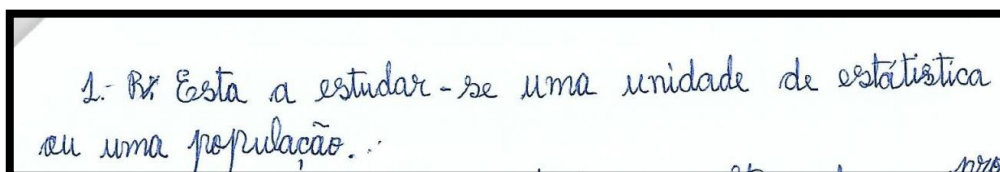


Figura 26 - Resposta incorreta do aluno 24

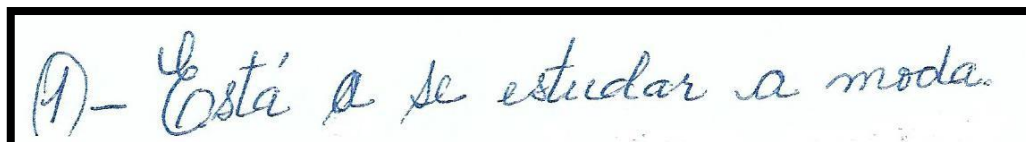


Figura 27 - Resposta incorreta do aluno 2

1ª R: Estou estudando a estatística

Figura 28 - Resposta incorreta do aluno 14

A questão 1a) procurava saber se os alunos seriam capazes de justificar a classificação da variável em estudo. Vinte e um alunos (75%) responderam de forma correta, apesar de alguns deste terem respondido de modo incorreto à questão anterior, evidenciando saber diferenciar dados que resultam de uma contagem ou medição, como se mostra na figura seguinte:

Estes dados resultam de uma medição.

Figura 29 - Resposta correta do aluno 8

Dois alunos (7%) responderam de forma incorreta, evidenciando dificuldades em identificar o processo de obtenção dos dados, como mostra a figura seguinte:

- Os dados aqui apresentados resultam de um processo de contagem.

Figura 30 - Resposta incorreta do aluno 24

A segunda questão pedia aos alunos para organizarem os dados num diagrama de caule-e-folhas. Treze alunos (46%) responderam de forma correta, efetuando uma adequada organização dos dados em caule-e-folhas. Definem bem os dígitos dominantes (caules), colocam o eixo vertical, colocam do lado direito do eixo em frente do respetivo caule os dígitos correspondentes às folhas, ordenando-as de forma crescente dentro de cada caule, como mostra a figura:

13		3	4	7	8	9													
14		0	1	2	4	5	6	7	8	8	9								
15		0	1	1	1	1	2	2	3	3	4	4	6	7					
16		0	2	3	4	4	6	7	8	8									
17		2	2	4	5	6													

Figura 31 - Resposta correta do aluno 21

Três alunos (11%) responderam de forma incorreta, apresentando apenas os dados em rol, de forma crescente, evidenciando dificuldades na construção deste tipo de representação (diagrama de caule-e-folhas), como mostra a figura a seguir:

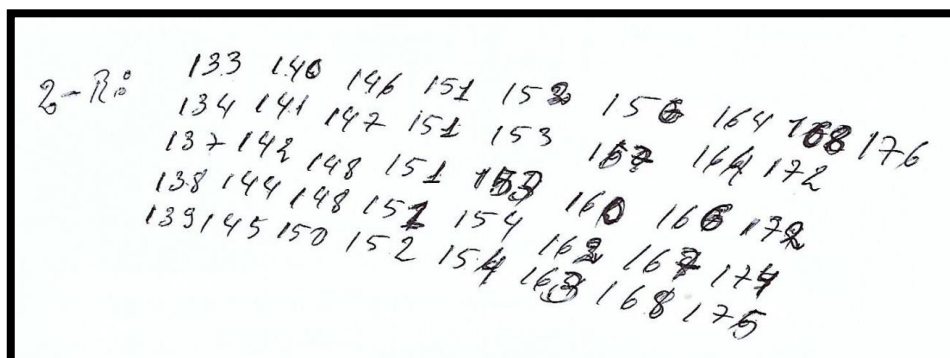


Figura 32 - Resposta incorreta do aluno 15

A questão 2a) solicitava aos alunos que identificassem o peso predominante das laranjas, pretendendo-se avaliar a estratégia usada para encontrar esse valor e se o interpretavam como a moda. Onze alunos (39%) responderam corretamente, como mostram as figuras:

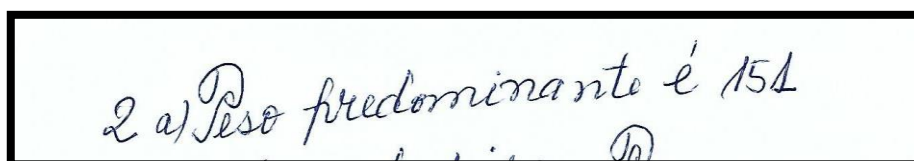


Figura 33 - Resposta correta do aluno 2

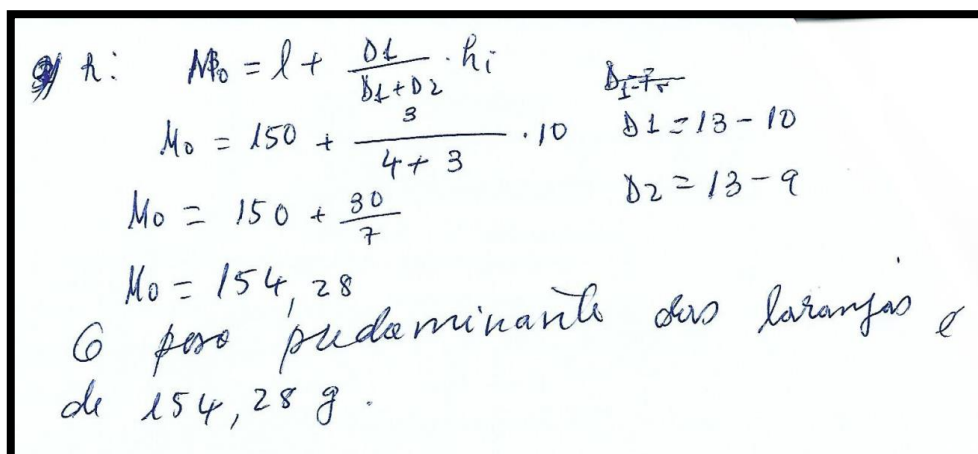


Figura 34 - Resposta correta do aluno 10

A maioria destes alunos identificou o valor predominante de forma correta a partir dos dados originais ou do diagrama de caule-e-folhas, como mostra a resolução do aluno 2. O aluno 10, por sua vez, atribui ao valor predominante o significado de moda e calcula-a de forma correta recorrendo à expressão da moda para dados agrupados, extraindo os dados a partir da tabela e efetuando bem os cálculos encontrando um valor aproximado para moda.

Nove alunos (32%) responderam de forma incorreta, sendo que a maior parte destes alunos identificou o peso máximo das laranjas baseando-se no diagrama de caule-e-folhas, como por exemplo a resolução do aluno 5 na figura seguinte, confundindo peso predominante com o peso máximo.

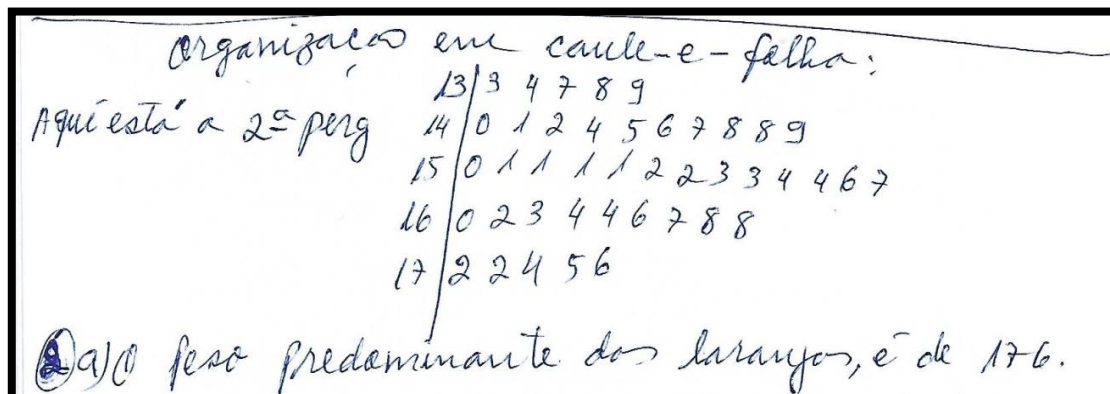


Figura 35 - Resposta incorreta do aluno 5

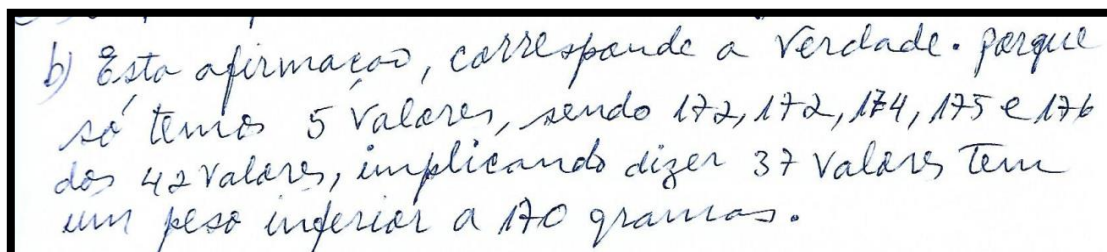
O aluno 6, por seu lado, tenta recorrer à expressão da moda para dados agrupados, mas apresenta-a incompleta, evidenciando dificuldades em calcular o valor da moda a partir da expressão para dados agrupados, como mostra a seguinte figura:

Figura 36 - Resposta incorreta do aluno 6

Por sua vez, o aluno 11, apresenta a expressão da moda para dados agrupados de forma correta, mas cometeu erro ao extrair o valor da amplitude de classe a partir da tabela, sendo assim o peso predominante é considerado incorreto, conforme a figura a seguir:

Figura 37 - Resposta incorreta do aluno 11

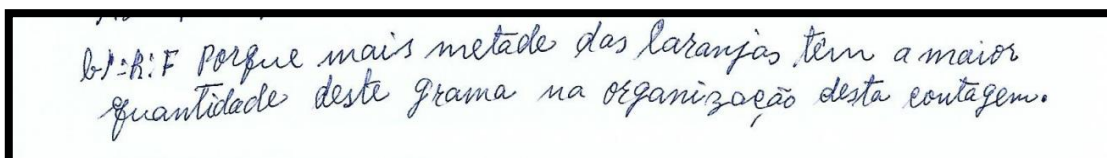
A questão 2b) pedia aos alunos uma leitura e interpretação dos dados de nível 2 (ler entre os dados), para comentar a afirmação apresentada. A maioria dos alunos (61%) respondeu de forma correta, classificando-a como verdadeira, fazendo uma adequada leitura e interpretação dos dados ou do diagrama de caule-e-folhas, conforme exemplificado na figura 38.



b) Esta afirmação, corresponde a verdade. porque só temos 5 valores, sendo 172, 172, 174, 175 e 176 dos 42 valores, implicando dizer 37 valores tem um peso inferior a 170 gramas.

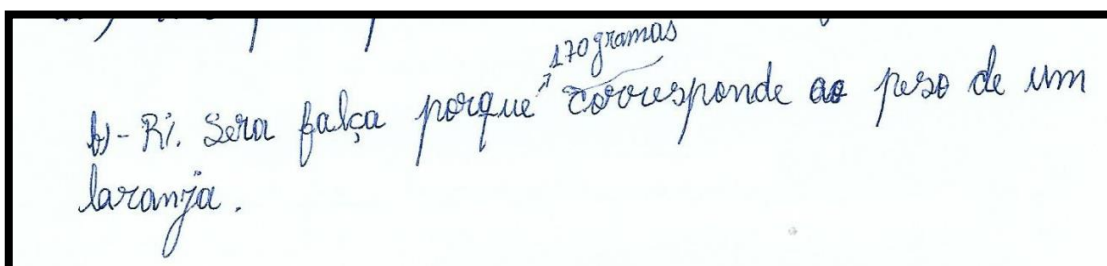
Figura 38 - Resposta correta do aluno 5

Dois alunos (7%) responderam de forma incorreta atribuindo um valor lógico falso à afirmação. O aluno 14 apresenta uma justificação que não nos permite inferir sobre a mesma. O aluno 24, considera 170 gramas o peso de uma laranja, demonstrando certo desconhecimento em interpretar os dados originais ou os intervalos de classe, evidenciando dificuldades na leitura e interpretação dos dados como mostram as figuras:



b) - R: F porque mais metade das laranjas têm a maior quantidade deste grama na organização desta contagem.

Figura 39 - Resposta incorreta do aluno 14



b) - R: Seta falsa porque ^{170 gramas} corresponde ao peso de um laranja.

Figura 40 - Resposta incorreta do aluno 24

A terceira questão solicitava aos alunos para completarem a tabela e apresentarem todos os cálculos. A maioria dos alunos (82%) completou a tabela de forma correta, apresentando os seus cálculos e determinando os valores que faltavam nos intervalos de classe e nas frequências absolutas e relativas, conforme mostra a resolução do aluno 7 na figura a seguir. No entanto, os alunos não explicam como chegaram a determinar os valores das frequências absolutas.

Peso das laranjas	Frequência absoluta	Frequência relativa
[130, 140[5	0,12
[140, 150[10	0,24
[150, 160[13	0,31
[160, 170[9	0,21
[170, 180]	5	0,12
Total	42	1

$\rightarrow 10/42 \approx 0,24$
 $\rightarrow 5/42 \approx 0,12$

Figura 41 - Resposta correta do aluno 7

Cinco alunos (18%) responderam de forma incorreta, sem apresentarem os cálculos, o que dificulta inferir como surge o erro. Estes alunos completam de forma correta os espaços em branco dos intervalos de classe mas determinaram de forma incorreta valores que faltavam das frequências absolutas nos intervalos de classe 140-150 e 150-160 e das frequências relativas nos intervalos de classe 140-150 e 170-180. Um desses erros, possivelmente para obter um valor total de 1 para a frequência relativa, foi indicar valores diferentes para a primeira e última frequências embora o valor das respectivas frequências absolutas seja o mesmo (5), conforme ilustra a figura:

Peso das laranjas	Frequência absoluta	Frequência relativa
[130, 140[5	0,12
[140, 150[11	0,25
[150, 160[12	0,31
[160, 170[9	0,21
[170, 180]	5	0,11
Total	42	1

Figura 42 - Resposta incorreta do aluno 14

Na quarta questão, esperava-se que os alunos fossem capazes de construir um histograma usando as classes já definidas na tabela e as respectivas frequências determinadas na questão anterior, e que o interpretassem descrevendo a distribuição do peso das laranjas. A maioria dos alunos (75%) constrói o histograma de forma incorreta porque não escrevem o título do gráfico, constroem o histograma com base nas frequências absolutas e não definiram escalas adequadas para o eixo das frequências. Por exemplo, o aluno 13 ordena as frequências absolutas segundo a ordem por que aparecem na tabela de distribuição de frequências pelo que a altura de cada retângulo não representa as frequências, revelando falta de conhecimento de como construir um histograma:

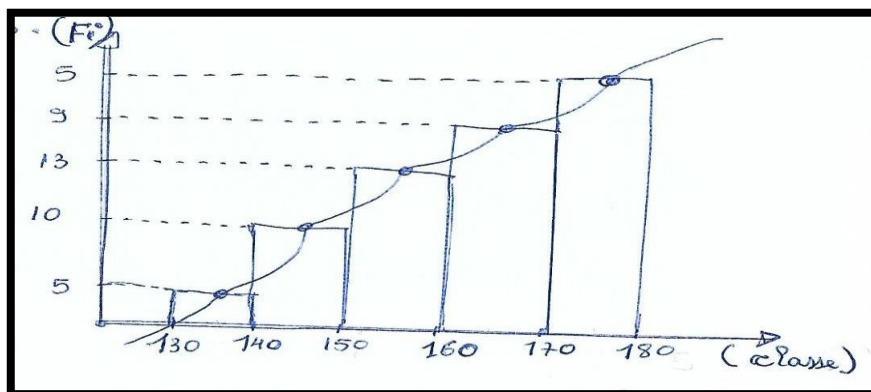


Figura 43 - Resposta incorreta do aluno 13

A segunda parte da questão (4a) pedia aos alunos uma descrição global da distribuição do peso das laranjas. Cinco alunos (18%) apresentaram alguns elementos que permitem descrever o peso das laranjas, como mostram as figuras seguintes:

O peso (do(s)) das laranjas está está entre no intervalo de 133 — 176

Figura 44 - Resposta correta do aluno 16

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{135 \times 5 + 145 \times 10 + 155 \times 13 + 165 \times 9 + 175 \times 5}{675 + 1450 + 2015 + 1485 + 875} \\ \bar{x} &= \frac{675 + 1450 + 2015 + 1485 + 875}{42} \\ \bar{x} &= 154,76\end{aligned}$$

Figura 45 - Resposta correta do aluno 10

A maioria destes alunos, cuja resposta foi considerada correta, descreve o peso das laranjas referindo-se apenas aos valores mínimo e máximo que obteve a partir dos dados originais, como por exemplo a resposta do aluno 16. O aluno 10 calculou corretamente a média ponderada como medida representativa do peso das laranjas (multiplicando os pontos médios dos intervalos de classe pelas frequências absolutas e divide o resultado pelo total de elementos da amostra). No entanto, as respostas dos alunos são consideradas incompletas, tendo em conta que os valores máximo e mínimo ou a média, por si só, não são suficientes para descrever a distribuição do peso das laranjas.

Dois alunos (7%) respondem de forma incorreta, conforme mostram as figuras seguintes. O aluno 20 baseia-se no histograma e refere-se apenas ao seu aspeto gráfico usando termos da linguagem corrente. Por sua vez, o aluno 11 apresenta uma resposta relacionando essa questão com a questão 2a (figura 37) do peso predominante das

laranjas, concretamente, do valor encontrado, justificando a partir da redução das unidades de medida, isto é, de gramas para hectogramas, possivelmente dividindo seguidamente o peso predominante das laranjas por 10 e deslocando a vírgula para esquerda, apesar de apresentar o símbolo de quilos.

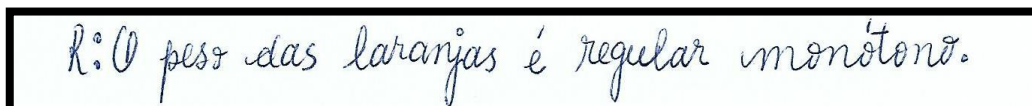
A rectangular box containing a handwritten response in cursive script. The text reads: "R: O peso das laranjas é regular monótono."

Figura 46 - Resposta incorreta do aluno 20

A rectangular box containing a handwritten response in cursive script. The text reads: "R: Globalmente o peso das laranjas é aceitável a 1,52kg."

Figura 47 - Resposta incorreta do aluno 11

A questão 5 solicitava aos alunos para compararem a representação em caule-e-folhas e o histograma. Esperava-se que os alunos fossem capazes de recorrer a alguns elementos caracterizadores da distribuição em cada uma das representações e efetuassem a comparação entre eles. Isto é, o diagrama de caule-e-folhas permite-nos observar a ordenação dos dados da amostra e dá-nos uma informação visual sobre como os dados estão distribuídos de modo semelhante ao histograma, no qual se deixa de ter acesso aos dados originais devido o seu agrupamento para que o foco seja a distribuição dos mesmos. Apenas um aluno (4%) comparou corretamente as duas representações mas com pouco rigor e de modo incompleto, ao focar-se apenas em um aspeto que é a classe modal ou seja na região do gráfico mais elevada nas duas distribuições, como mostra a sua resposta na figura:

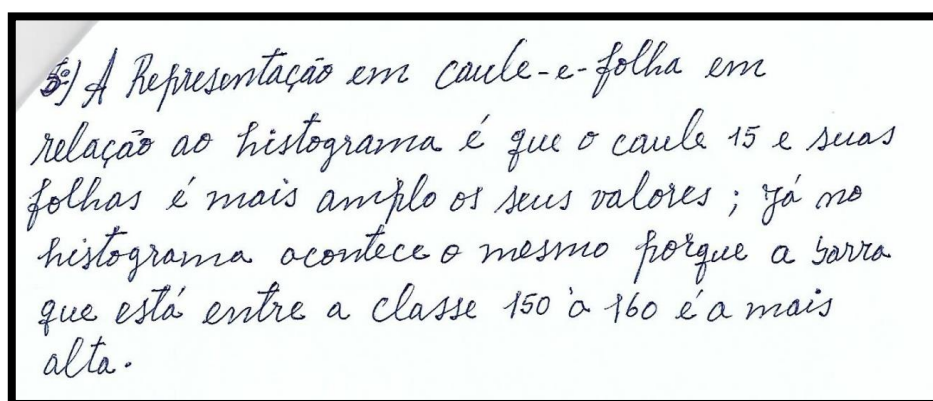
A rectangular box containing a handwritten response in cursive script. The text reads: "5) A Representação em caule-e-folha em relação ao histograma é que o caule 15 e suas folhas é mais amplo os seus valores ; já no histograma acontece o mesmo porque a barra que está entre a classe 150 à 160 é a mais alta."

Figura 48 - Resposta correta do aluno 11

Outros 6 alunos (21%) responderam de forma incorreta, por se focarem em aspetos que não lhes permite estabelecer uma comparação, de que é exemplo a resposta da figura a seguir:

5- R: Observo que o número de observações é igual e o número de folhas corresponde aos intervalos de classe.

Figura 49 - Resposta incorreta do aluno 9

A questão 6 pedia aos alunos, para apresentarem a percentagem de laranjas com peso superior a 160 gramas e as respetivas estratégias. Sendo que 6 alunos (21%) responderam de forma correta, a maioria destes alunos extraiu corretamente a informação a partir dos dados da tabela, apresentou a regra de três simples usada para calcular a percentagem de laranjas com peso superior ou igual a 160 gramas e efetuou bem os cálculos, como por exemplo a resolução do aluno 2. O aluno 16 apresenta uma estratégia diferente, obtém a informação a partir da tabela, soma as frequências absolutas das classes com peso igual e superior a 160 gramas, o valor encontrado é a terça parte do valor total, por sua vez divide 100% por 3 e assim encontra a percentagem correspondente, evidenciando interpretação da questão, como mostram as figuras:

> 160 g. - A percentagem de laranjas com peso
 > 160 g. é de 33,3%. $\frac{42}{14} \rightarrow \frac{100\%}{x} \quad x = \frac{1400\%}{42} \quad x = 33,3\%$

Figura 50 - Resposta correta do aluno 2

6/ A percentagem (com) de laranjas com o peso superior a 160 é 33,33%. Cheguei a esta resposta da seguinte maneira: a tabela tem 42 elementos que perfazem 100%, (dividir 100% por 3) e 14 elementos desta tabela têm o peso superior ou igual a 160, fazendo 100% a dividir por 3
 O resultado obtido nesta divisão é 33,33%

Figura 51 - Resposta correta do aluno 16

Doze alunos (43%) responderam de forma incorreta. A maioria destes alunos utilizou a regra de três simples para calcular a percentagem de laranjas com peso superior ou igual a 160 gramas, extraindo os dados da tabela. As repostas dos alunos são consideradas

incorretas, tendo em conta os erros evidenciados na questão 3, onde as frequências (absolutas e relativas) foram mal calculadas. Além disso, alguns alunos (por exemplo, o aluno 9) somam os valores das frequências absolutas a partir do intervalo de classe 150-160, não se apercebendo que o peso de 160 gramas já não está no intervalo e o aluno 3 soma todos os pesos das laranjas com peso superior ou igual a 160 e divide por 100%, evidenciando dificuldades na interpretação dos dados e do que é pedido, como mostram as figuras a seguir:

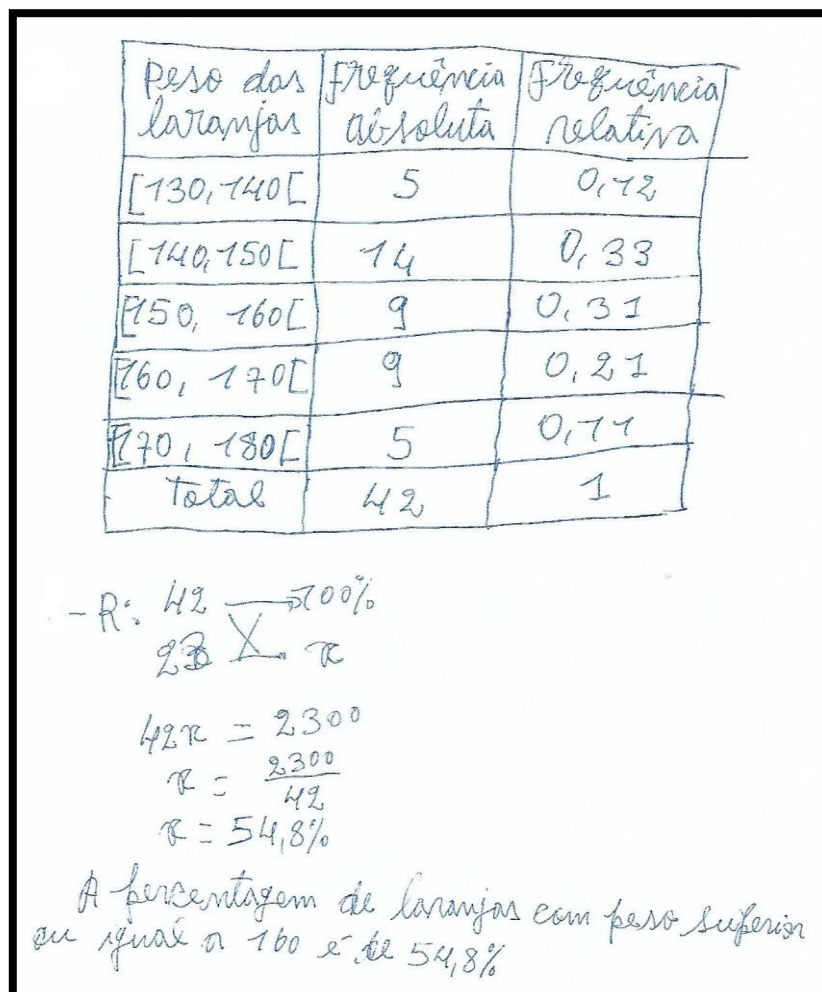


Figura 52 - Resposta incorreta do aluno 9

61 R: A percentagem de laranjas superior ou igual a 160 é de 14,82%

$$\frac{168 + 167 + 166 + 168 + 164 + 160 + 164 + 162}{100\%} = 14,82\%$$

Figura 53 - Resposta incorreta do aluno 3

Resumindo, na tarefa 3 “*Vamos pesar laranjas*”, os alunos identificaram corretamente a variável em estudo revelando bom desempenho em diferenciar dados que resultam de uma contagem ou medição. Quanto à construção da representação em caule-e-folhas, nenhum dos alunos indicou um título para a representação mas um número considerável de alunos fez uma adequada organização dos dados em caule-e-folhas e efetua uma correta leitura e interpretação dos dados. Com relação ao histograma, os alunos constroem-no usando frequências absolutas em vez de relativas e, para além disso, cometem erros na definição de escala do eixo das frequências revelando falta de conhecimento de como construir um histograma. De salientar que a maior parte dos alunos completou a tabela de forma correta, tendo apenas um número reduzido de alunos determinado de forma incorreta os valores das frequências (absolutas e relativas) que faltavam. Os alunos revelaram fraco desempenho na compreensão e interpretação da medida estatística de localização (moda), isto é, tiveram dificuldade em identificar o peso predominante das laranjas de forma correta, confundindo peso predominante (moda) com o peso máximo e em atribuir significado ao seu valor. Finalmente, os alunos fazem a descrição global da distribuição do peso das laranjas apresentando apenas os valores mínimo e máximo dos dados originais e a média ponderada do peso das laranjas obtida a partir dos dados agrupados.

Tarefa 4 - “Quantos segundos se conseguem estar sem respirar”

Nesta tarefa pretendia-se que os alunos fossem capazes de ler e interpretar dados representados num diagrama de caule-e-folhas e interpretar medidas estatísticas de localização e dispersão, atribuindo-lhes significado.

As respostas dos alunos a esta tarefa estão resumidas na tabela 9.

Tabela 9 - Distribuição do número de alunos por tipo de resposta às questões da tarefa 4

“Quantos segundos se conseguem estar sem respirar” (n = 28)

Tipo de resposta	Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6		Q7	
	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i
Corretas	20	71	6	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Incorretas	1	4	8	29	16	57	9	32	9	32	7	25	2	7
Não respostas	7	25	14	50	12	43	19	68	19	68	21	75	26	93

n_i – número de respostas; f_i – percentagem de respostas

Os resultados evidenciam que os alunos tiveram muitas dificuldades na resolução da tarefa, uma vez que só nas questões 1 e 2 se obtiveram respostas corretas. A maioria dos alunos não respondeu ou respondeu incorretamente às questões 2, 3, 4, 5, 6 e 7 que representavam a leitura e interpretação de dados a partir do diagrama de caule-e-folhas, identificar e interpretar a mediana, e a construção de um gráfico adequado em relação a variável em estudo.

A primeira questão solicitava aos alunos a leitura dos dados a partir da representação de caule-e-folhas. A maioria dos alunos (71%) responderam de forma correta, como mostra a figura 54, contando os algarismos (folhas) do lado direito do eixo vertical do diagrama de caule-e-folhas mostrando facilidade na interpretação desta representação.

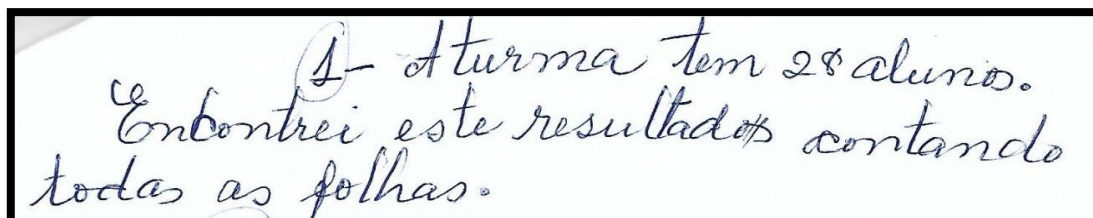


Figura 54 - Resposta correta do aluno 2

Apenas um aluno (4%) respondeu de forma incorreta, não conseguindo identificar o total de alunos na turma, cometendo erro na contagem dos algarismos ou folhas do lado direito do eixo vertical do diagrama, (figura 55).

1) R: A turma tem 26 alunos. Depois de organizar os dados com rel facilmente se determina o número de observações (n) que neste caso corresponde ao número de alunos que tem a turma.

Figura 55 - Resposta incorreta do aluno 3

A segunda questão de nível 2 (ler entre os dados), pedia aos alunos a leitura e interpretação de dados a partir do diagrama de caule-e-folhas. Seis alunos (21%) responderam de forma correta, identificando o valor mínimo e o valor máximo apresentado no diagrama de caule-e-folhas e respondendo de acordo com o contexto, como mostra a figura a seguir:

2º) O aluno que aguentou menos tempo esteve sem respirar 23 segundos. E o aluno que aguentou mais tempo sem respirar esteve 68 segundos

Figura 56 - Resposta correta do aluno 21

Oito alunos (29%) responderam de forma incorreta. Os alunos consideraram o primeiro algarismo dominante (caule) como valor mínimo e o último valor dominante como valor máximo, como por exemplo na resolução do aluno 11 na figura 57. O aluno 27 apresenta uma resposta em que na qual dificulta inferir em que se baseia, evidenciando dificuldades na leitura e interpretação dos dados a partir do diagrama de caule-e-folhas pois não distingue os algarismos do caule e das folhas nem lhes atribui significado, como mostram as figuras a seguir:

2º) R: 1º esteve durante 2 s.
2º " " " 6 s.

Figura 57 - Resposta incorreta do aluno 11

2-R: O aluno que menos aguentou em respirar teve o tempo de 50 segundos. e o aluno que aguentou mais teve o tempo de 360 segundos

Figura 58 - Resposta incorreta do aluno 27

Na terceira questão, esperava-se que os alunos fossem capazes de calcular o tempo médio, em segundos, que os alunos conseguem estar sem respirar. Todos os dezasseis alunos (57%) que responderam à questão fizeram-no de forma incorreta, interpretando o tempo médio como o ponto médio dos dados, isto é, somam o tempo máximo e mínimo e dividem por dois, evidenciando dificuldades na interpretação dos conceitos estatísticos envolvidos na questão, como mostra a figura a seguir:

3-R: O Tempo médio que estes alunos conseguem estar sem respirar é de 45,5 segundos;
Tal que: $\bar{x} = \frac{b+l}{2} = \frac{68+23}{2} = 45,5$

Figura 59 - Resposta incorreta do aluno 21

A quarta questão de nível 2 (ler entre os dados) solicitava a percentagem de alunos que aguenta estar sem respirar mais tempo do que o tempo médio da turma. Esperava-se que os alunos fossem capazes de identificar a partir do diagrama de caule-e-folhas as folhas ou os algarismos que correspondem aos que aguentam mais tempo sem respirar do que o tempo médio da turma e calcular a percentagem. Nove alunos (32%) responderam de forma incorreta. A maioria dos alunos indica a percentagem sem mostrar os cálculos, como o exemplo da resolução do aluno 5 (figura 60), não ficando claro como chegam às percentagens apresentadas. O aluno 2 utiliza uma regra de três simples, considerando corretamente o número total de alunos da turma os 100% mas comete erros em calcular o tempo médio que os alunos conseguem estar sem respirar e, conseqüentemente, isso reflete-se na contagem dos algarismos que correspondem às folhas do diagrama dos que aguentam estar sem respirar mais tempo do que o tempo médio da turma, como mostram as figuras:

④ A percentagem é de 90%.

Figura 60 - Resposta incorreta do aluno 5

⑤ - 28 — 100% $x = \frac{1700\%}{28}$
 17 — x $x = 60,7\%$

Figura 61 - Resposta incorreta do aluno 2

A quinta questão pedia aos alunos para completarem a seguinte afirmação: “Exatamente 50% dos alunos consegue estar sem respirar mais do que ... segundos”. Nove alunos (32%) completaram de forma incorreta, os alunos não apresentam os cálculos. O aluno 11 completa a frase com o algarismo 6 (folha do diagrama) que corresponde com o caule (4), possivelmente por ter percebido que o espaço em branco deve ser preenchido por um dos algarismos ou termo central das folhas do diagrama. Por sua vez, o aluno 21 completa a frase com o número (45) valor encontrado depois de ter calculado o tempo médio (figura 59), evidenciando dificuldades na leitura e interpretação dos dados a partir do digrama de caule-e-folhas para completar a frase, como mostram as figuras:

5. Completa a frase:
 “Exatamente 50% dos alunos consegue estar sem respirar mais do que 6 segundos.”

Figura 62 - Resposta incorreta do aluno 11

5. Completa a frase:
 “Exatamente 50% dos alunos consegue estar sem respirar mais do que 45 segundos.”

Figura 63 - Resposta incorreta do aluno 21

A sexta questão solicitava aos alunos a identificação da mediana como a medida estatística. Sete alunos (25%) responderam de forma incorreta, indicando a média, evidenciando dificuldades em interpretar e diferenciar os significados da mediana e da média, como mostra a figura 64.

6.8: A medida estatística que corresponde a esta informação é a média.

Figura 64 - Resposta incorreta do aluno 21

A sétima questão pedia aos alunos a construção de um gráfico adequado para representar os dados disponibilizados no diagrama de caule-e-folhas, justificando a sua escolha. Esperava-se que tendo em conta a forma como os dados estão organizados em diagrama de caule-e-folhas, os alunos fossem capazes de optar pelo, histograma ou diagrama de extremos de quartis, tendo em conta a variável em estudo ser contínua. Os únicos dois alunos (7%) que responderam, fizeram-no de forma incorreta, como mostram as figuras a seguir:

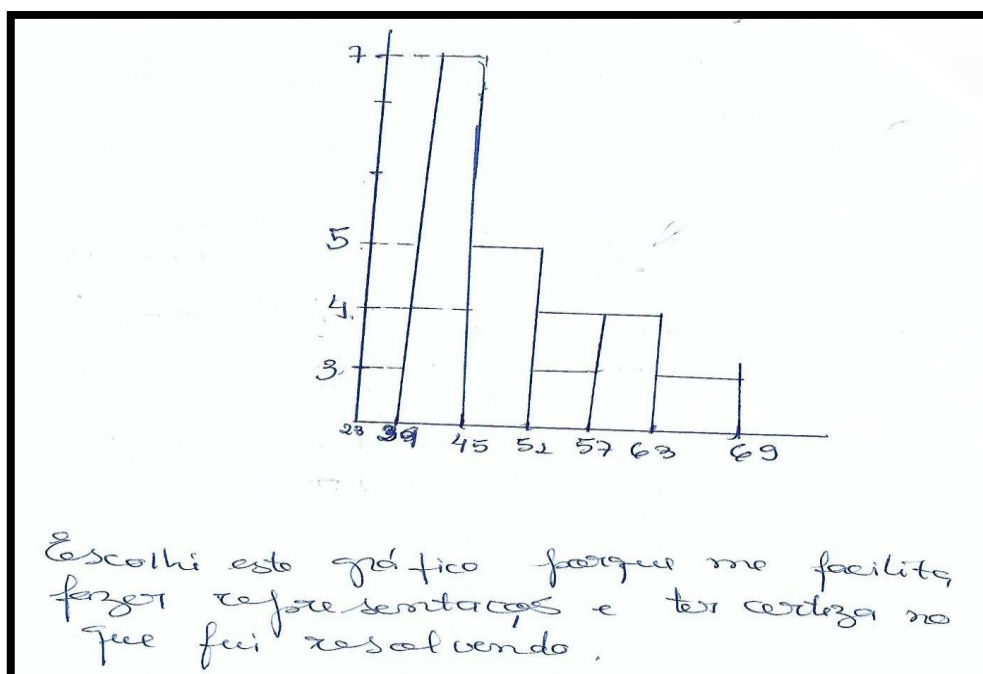


Figura 65 - Resposta incorreta do aluno 6

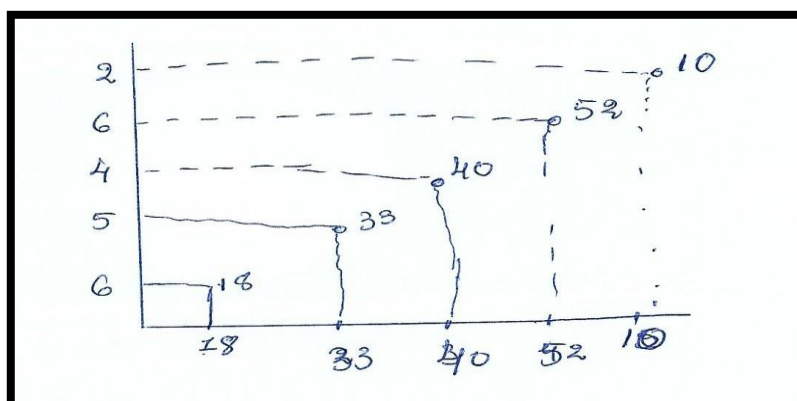


Figura 66- Resposta incorreta do aluno 13

Como se pode observar na resolução do aluno 6, ele seleciona um gráfico adequado mas cometeu erros na sua construção. Concretamente, o título do gráfico e as legendas dos eixos estão omissos, observa-se também a falta de rigor na construção e na definição das escalas e apresenta uma justificação inadequada, tendo em conta as características da variável em estudo e do gráfico apresentado. Já o aluno 13 apresenta um gráfico que não permite representar os dados e a partir do qual não é possível inferir em que é que o aluno se baseou para o construir, evidenciando dificuldades na seleção e construção de gráficos.

Resumindo, é de salientar que na resolução desta tarefa 4 *“Quantos segundos se consegue estar sem respirar”*, os alunos tiveram facilidade na questão de nível 1 (ler os dados), leitura dos dados a partir do diagrama de caule-e-folhas, mas apresentam dificuldades nas questões de nível 2 (ler entre os dados) de leitura e interpretação dos dados a partir desta representação (diagrama de caule-e-folhas). Os alunos também revelaram um desempenho fraco na compreensão das medidas estatísticas de localização, nomeadamente em calcular e atribuir significado ao valor da média, em identificar e interpretar a mediana e ainda na identificação do valor mínimo e máximo no diagrama de caule-e-folhas. Por sua vez, um aluno selecionou um gráfico inadequado em relação à variável em estudo. Quanto à construção do gráfico, os alunos não escrevem o título do gráfico e as legendas dos eixos, notando-se também falta de rigor na sua construção e na definição das escalas.

Tarefa 5 - “Países Produtores de Arroz”

Esta tarefa visava a leitura, interpretação e compreensão da informação apresentada num gráfico de barras, a construção de um gráfico circular e o cálculo da média como valor equitativo de um conjunto de dados.

As respostas dos alunos a esta tarefa estão resumidas na tabela 10.

Tabela 10 - Distribuição do número de alunos por tipo de resposta às questões da tarefa 5

“Países Produtores de Arroz” (n = 28)

Tipo de resposta	Q1		Q2		Q3		Q4		Q5	
	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i
Corretas	14	50	16	57	8	29	0	0	0	0
Incorretas	5	18	0	0	2	7	10	36	5	18
Não resposta	9	32	12	43	18	64	18	64	23	79

n_i – número de respostas; f_i – percentagem de respostas

Os resultados evidenciam que os alunos revelaram bom desempenho nas questões 1 e 2 de nível 1 (ler os dados) mas tiveram muitas dificuldades na resolução das questões 3, 4 e 5 que envolviam, respetivamente, o cálculo da média e a construção e interpretação de um gráfico circular pois mais de metade dos alunos não lhes respondeu.

A primeira questão solicitava aos alunos para, a partir da informação disponibilizada num gráfico de barras, identificarem o valor lógico de um conjunto de afirmações que requeriam diferentes níveis de compreensão gráfica, justificando a que era falsa. Catorze alunos (50%) responderam de forma correta, identificando a afirmação B como falsa. Estes alunos foram capazes de obter os dados a partir da leitura do gráfico de barras, somando depois os valores da produção de arroz dos dois países - Índia e Bangladesh e comparando o resultado encontrado com o valor de um quarto da produção total de arroz a nível mundial em 2005, como se mostra na figura:

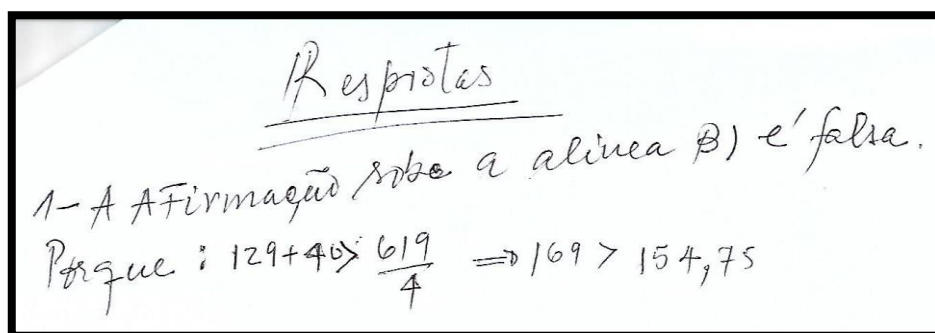


Figura 67 - Resposta correta do aluno 19

Cinco alunos (18%) responderam de forma incorreta, possivelmente cometendo erros na transformação dos dados, que se repercutiu em não identificar a afirmação falsa. Alguns destes alunos também não justificam, como o exemplo da resolução do aluno 20, evidenciando dificuldades na leitura e interpretação dos dados a partir do gráfico de barras, como mostra a figura:

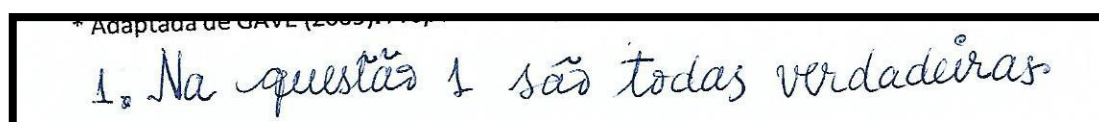


Figura 68 - Resposta incorreta do aluno 20

A segunda questão pedia aos alunos para formularem uma questão que pudesse ser respondida a partir do gráfico de barras. Dezasseis alunos (57%) responderam de forma correta. Estes alunos apresentaram questões que podem ser respondidas a partir de uma leitura do gráfico (nível 1 de compreensão gráfica), evidenciando facilidade na compreensão da informação disponibilizada no gráfico de barras, mas com formulações

muito próximas das afirmações que lhes foram apresentadas na questão anterior, como mostram as figuras:

2- Qual dos países produziu mais toneladas de arroz a nível mundial?

Figura 69 - Resposta correta do aluno 22

2- Quantos países produzem arroz em quantidades maiores que 9 da Índia?

Figura 70 - Resposta correta do aluno 19

A terceira questão, solicitava aos alunos a leitura e interpretação da informação apresentada no gráfico de barras e o cálculo da média. Oito alunos (29%) responderam de forma correta, revelando conhecer o significado da média como valor equitativo de um conjunto de dados. Estes alunos calcularam corretamente a média aritmética da produção de arroz dos 5 países através do algoritmo que conhecem, obtendo os valores da produção de arroz a partir da leitura do gráfico e assinalam uma linha no gráfico, que corresponde ao valor dessa média, evidenciando uma adequada leitura e interpretação da informação apresentada no gráfico, como mostra a figura:

③- Uma possível forma de distribuir a produção total de arroz destes 5 países para que todos fiquem exactamente com a mesma quantidade é o cálculo da média aritmética da produção: $\frac{185 + 129 + 54 + 40 + 36}{5} = \frac{444}{5} = 88,8$

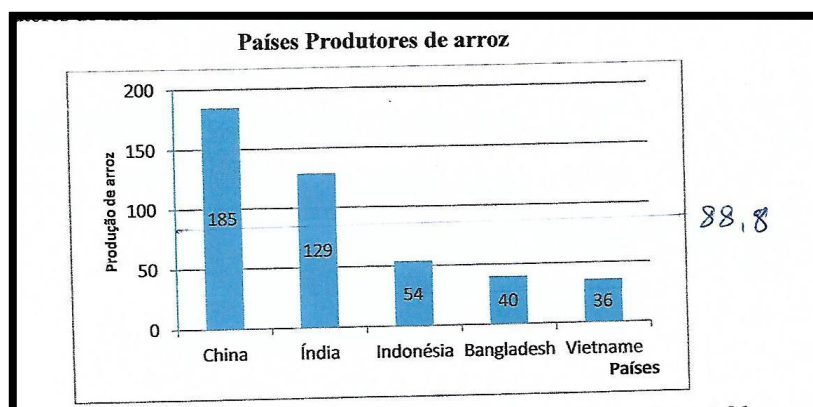


Figura 71 - Resposta correta do aluno 7

Dois alunos (7%) responderam de forma incorreta, pois consideram o valor total de toneladas de arroz produzidas a nível mundial, em 2005, para calcularem a média da produção dos cinco países representados no gráfico. Para além disso, assinalam uma linha no gráfico que não corresponde ao valor encontrado, o que também evidencia dificuldades na leitura e interpretação da informação apresentada no gráfico de barras, como mostra a figura:

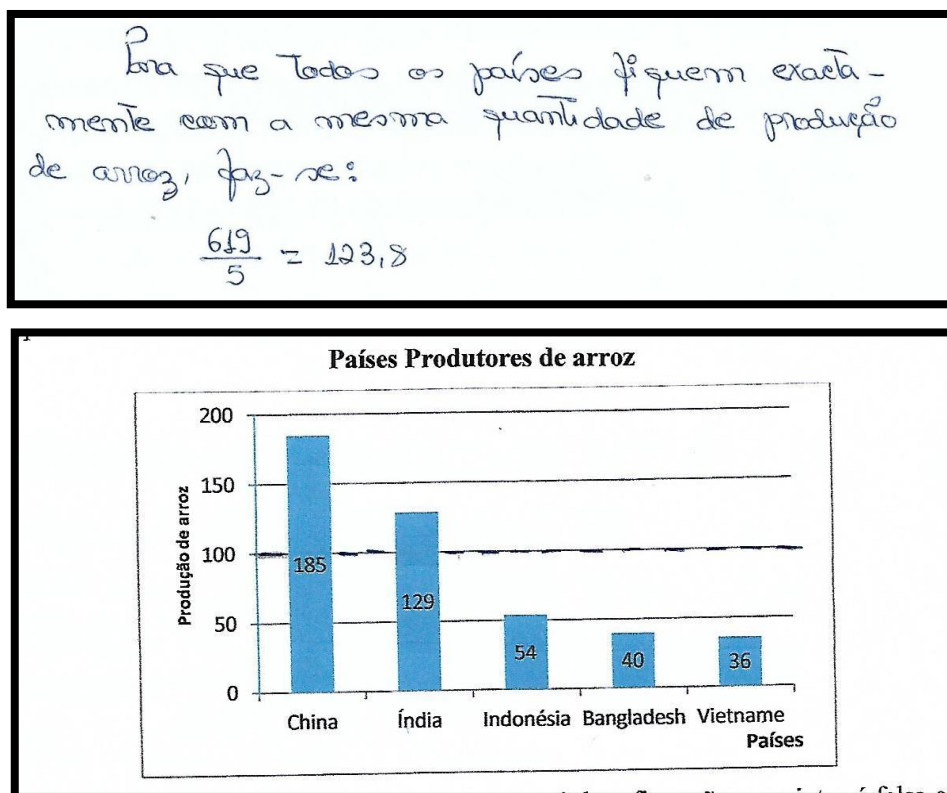


Figura 72 - Resposta incorreta do aluno 21

A quarta questão pedia aos alunos a construção de um gráfico circular, usando uma representação onde já estavam marcadas 100 secções do círculo. Os dez alunos (36%) que responderam, fizeram-no de forma incorreta, como exemplificado nas figuras:

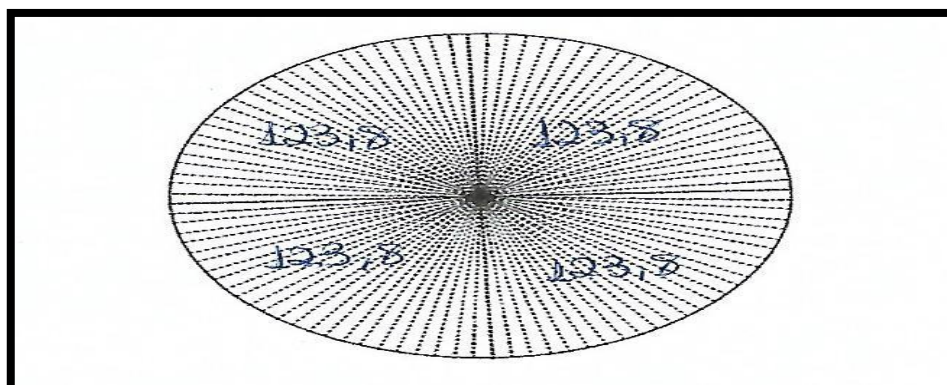


Figura 73 - Resposta incorreta do aluno 21

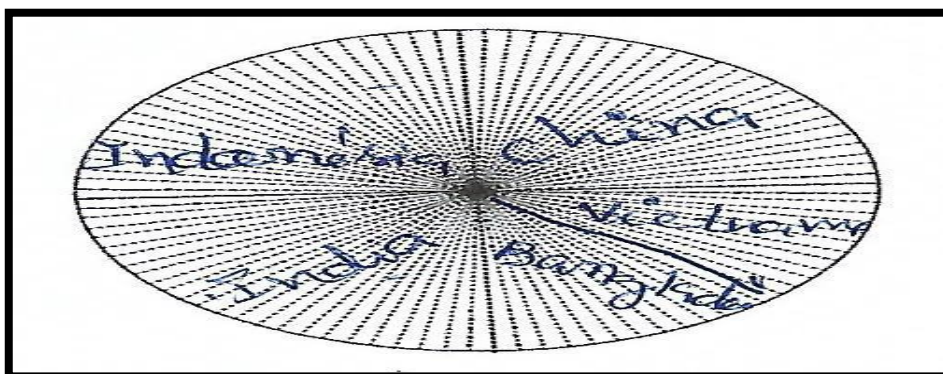


Figura 74 - Resposta incorreta do aluno 6

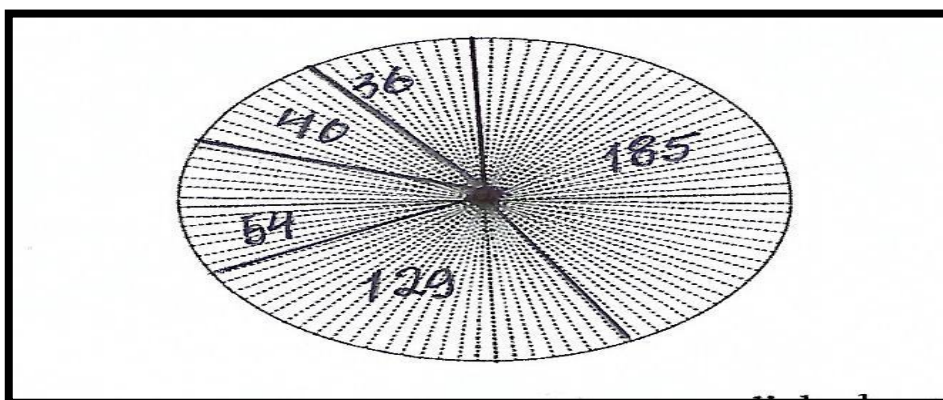
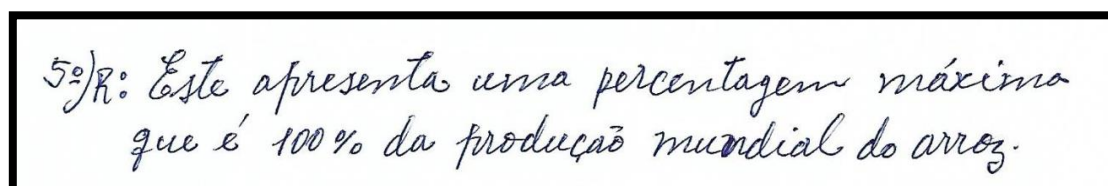


Figura 75 - Resposta incorreta do aluno 11

Como se pode observar nas figuras acima, os alunos não apresentam título para o gráfico. Na sua resolução, o aluno 21 representa apenas quatro países, usando sectores iguais com amplitude correspondente ao valor da média da produção de arroz dos cinco países, incorretamente calculada na questão anterior. Por sua vez, o aluno 6 coloca o nome dos respetivos países no gráfico circular sem porém fazer uma correspondência com as respetivas frequências relativas. Já o aluno 11 apresenta uma distribuição proporcional dos cinco países mas com a amplitude correspondente às respetivas frequências absolutas, evidenciando dificuldades na construção do gráfico circular usando uma representação onde estão marcadas 100 seções.

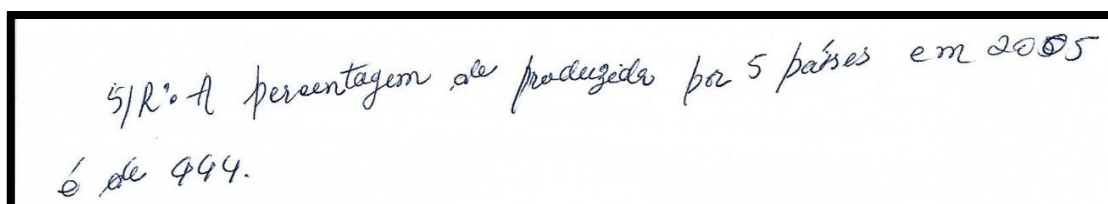
A quinta questão de compreensão gráfica de nível 2 (ler entre os dados), envolvia a leitura, interpretação e transformação dos dados em percentagem da produção mundial de arroz dos cinco países em 2005 e a justificação da resposta. Apenas cinco alunos (18%) responderam e todos de forma incorreta. Alguns alunos consideraram que os 5 países representados no gráfico perfaziam a produção total de arroz a nível mundial, por não terem feito uma leitura completa dos valores do gráfico e estabelecida uma comparação com a produção mundial indicada no enunciado, como por exemplo a resolução do aluno 11 na figura 76. O aluno 25 apresenta o valor total da produção dos 5 países e considera

como percentagem, confundindo a soma com o procedimento de determinar a percentagem e não justifica, evidenciando dificuldades em determinar a percentagem da produção dos 5 países produtores de arroz em 2005, como mostram as figuras:



5)R: Este apresenta uma percentagem máxima que é 100% da produção mundial do arroz.

Figura 76 – Resposta incorreta do aluno 11



5)R: A percentagem de produzida por 5 países em 2005 é de 994.

Figura 77 - Resposta incorreta do aluno 25

Resumindo, na tarefa 5 “**Países Produtores de Arroz**” os alunos tiveram bom desempenho nas questões de nível 1 (ler os dados) mas evidenciaram dificuldades nas questões de nível 2 (ler entre os dados) que requeriam a leitura, interpretação e transformação dos dados, concretamente em determinar a percentagem da produção de arroz dos 5 países a partir do gráfico de barras. Os alunos revelaram um nível baixo de compreensão das medidas estatísticas de localização (média) ao calcular e atribuir significado ao seu valor de modo incorreto. Quanto à construção do gráfico circular, os alunos cometeram alguns erros como sejam, a omissão do título do gráfico e de legendas, usaram as frequências absolutas em vez de relativas e na construção do gráfico circular usando uma representação onde estão marcadas 100 seções.

Tarefa 6 - “Ordenados na empresa”

Nesta tarefa pretendia-se que os alunos fossem capazes de efetuarem os cálculos das medidas estatísticas de localização, atribuísem significado nos seus valores e relacionassem com as propriedades da média a partir da informação apresentada na tabela.

As respostas dos alunos a esta tarefa estão resumidas na tabela 11.

Tabela 11 - Distribuição do número de alunos por tipo de resposta às questões da tarefa 6

“Ordenados na empresa” (n = 28)

Tipo de resposta	Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6	
	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i	n_i	f_i
Corretas	5	18	0	0	1	4	2	7	0	0	0	0
Incorretas	10	36	8	29	9	32	7	25	5	18	2	7
Não respostas	13	46	20	71	18	64	19	68	23	82	26	93

n_i – número de respostas; f_i – percentagem de respostas

Os resultados evidenciam que os alunos tiveram muitas dificuldades na resolução da tarefa, a maioria dos alunos não respondeu ou respondeu incorretamente a todas as questões relacionadas com a identificação e cálculo das medidas estatísticas de localização, em atribuir significado aos seus valores e em relacioná-las.

A primeira questão, onde se observou a maior percentagem de respostas corretas, solicitava aos alunos para identificarem a moda dos ordenados mensais, explicando o seu significado. Cinco alunos (18%) responderam de forma correta, fazendo uma interpretação adequada do valor com maior frequência da variável em estudo, a partir dos dados apresentados na tabela, como mostra a figura:

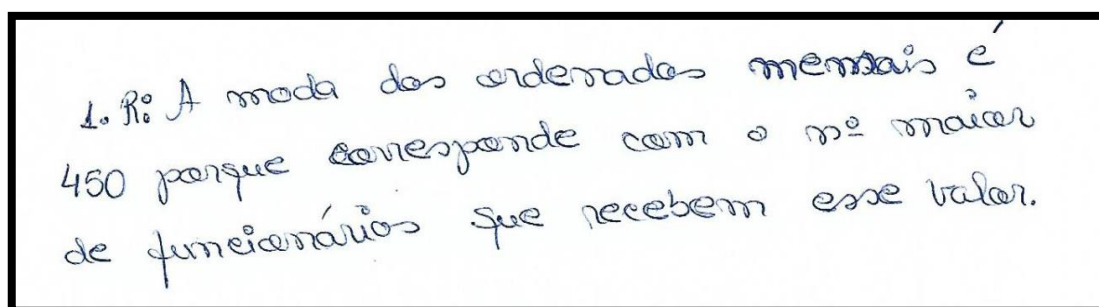


Figura 78 - Resposta correta do aluno 21

Dez alunos (36%) responderam de forma incorreta, sendo que alguns alunos identificaram como moda o valor mais elevado do número dos funcionários em vez do respetivo ordenado mensal, demonstrando confundir o valor da moda com a respetiva frequência, como por exemplo a resolução do aluno 20 na figura 79. O aluno 18 confunde a moda com a média, revelando dificuldade em distinguir estes conceitos e em atribuir-lhes significado. Além disso, para identificar o valor da moda dos ordenados mensais, o aluno soma os diferentes ordenados apresentados na tabela e divide pelo número total de funcionários, sem ter em consideração o número de funcionários correspondente aos ordenados mensais de cada classe, evidenciando assim também dificuldades no cálculo da

média ponderada e nas suas propriedades pois não se apercebeu que o valor obtido para a média não estava dentro dos limites da variável.

1. A moda dos ordenados mensais tem a moda de 9. É indicada 9 porque é a maior f_i .

Figura 79 - Resposta incorreta do aluno 20

Resolução/6

$$M_o = \frac{2000 + 600 + 550 + 700 + 450}{28}$$

$$\bar{x} \text{ ou } M_o = \frac{4300}{28}$$

$$\bar{x} \text{ ou } M_o = 153,6$$

R: é importante sabermos os resultados para melhor compreensão dos ordenados mensais por isso é preciso achar a média.

Figura 80 - Resposta incorreta do aluno 18

Na segunda questão pedia-se aos alunos para calcularem o valor da mediana dos ordenados mensais e explicar o seu significado. Só oito alunos (29%) responderam e de forma incorreta, como mostram as figuras a seguir:

2ª: $x = \frac{2000 + 450}{2}$

$$x = \frac{2450}{2}$$

$$x = 1,225$$

Figura 81 - Resposta incorreta do aluno 18

2ª) A mediana é 5.11

Ex: 3 4 5 7 9

9 7 5 4 3

Figura 82 - Resposta incorreta do aluno 11

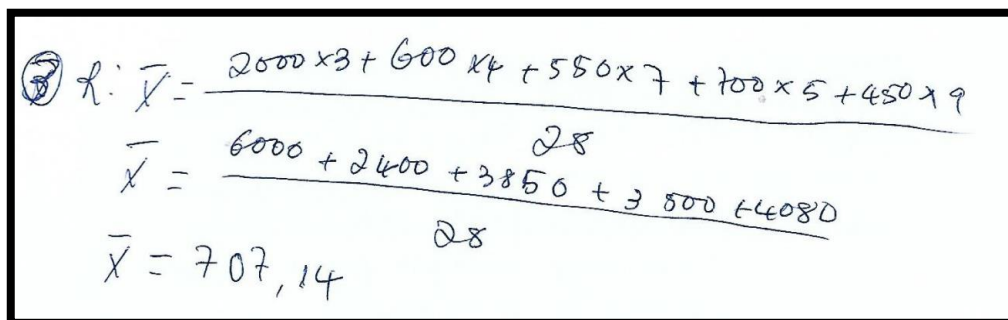
$$\begin{aligned}
 2. \bar{x} &= \frac{2000 + 600 + 550 + 700 + 450}{28} \\
 &= \frac{4300}{28} \\
 &= 153,6 \text{ ,,}
 \end{aligned}$$

O valor encontrado resulta no somatório dos ordenados pelo número de funcionários.

Figura 83 - Resposta incorreta do aluno 21

Como se pode observar nas figuras acima, alguns alunos somam os ordenados maior e menor e dividem por 2, calcularam o ponto médio considerando-o como mediana, evidenciando dificuldades em determinar o valor da mediana e também não explicam o significado do valor encontrado, como por exemplo a resolução do aluno 18. O aluno 11 calcula a mediana do número de funcionários em vez da dos ordenados mensais, revelando dificuldades na interpretação da informação, concretamente na identificação da variável em estudo a partir da tabela. Este aluno ordena os dados de duas formas, crescente e decrescente, buscando confirmação do resultado e encontra o mesmo resultado, isto é, o valor central de um conjunto de dados ímpar, revelando conhecer o algoritmo de cálculo da mediana de um conjunto de valores representados por extenso. O aluno 21 confunde a mediana com a média aritmética, que também não é capaz de calcular corretamente pois soma os ordenados mensais e divide-a pelo número total de funcionários sem ter em conta a quantidade de vezes que os ordenados mensais estão repetidos. Deste modo, demonstra dificuldade na interpretação dos conceitos e no cálculo da média.

Na terceira questão, pedia-se aos alunos para calcularem a média dos ordenados mensais dos funcionários e explicar o significado do seu valor. Um aluno (4%) respondeu de forma correta, revelando bom desempenho no cálculo do valor da média, multiplicando os ordenados mensais com o número de funcionários correspondente na tabela e dividindo pelo número total de funcionários, embora não apresente o significado do valor encontrado, possivelmente porque não o conhece, como mostra a figura:



Handwritten calculation for weighted mean:

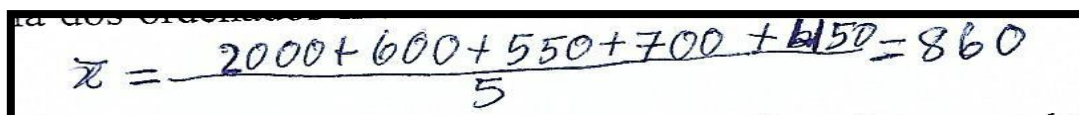
$$\textcircled{7} \text{ R: } \bar{X} = \frac{2000 \times 3 + 600 \times 4 + 550 \times 7 + 700 \times 5 + 450 \times 9}{28}$$

$$\bar{X} = \frac{6000 + 2400 + 3850 + 3500 + 4050}{28}$$

$$\bar{X} = 707,14$$

Figura 84 - Resposta correta do aluno 10

Nove alunos (32%) responderam de forma incorreta. Os alunos calculam a média aritmética, somando os diferentes valores dos ordenados e dividindo por 5, revelando dificuldades na interpretação da informação da tabela e no cálculo e significado da média ponderada. Também não explicam o significado do valor encontrado, como por exemplo na resolução do aluno 14.

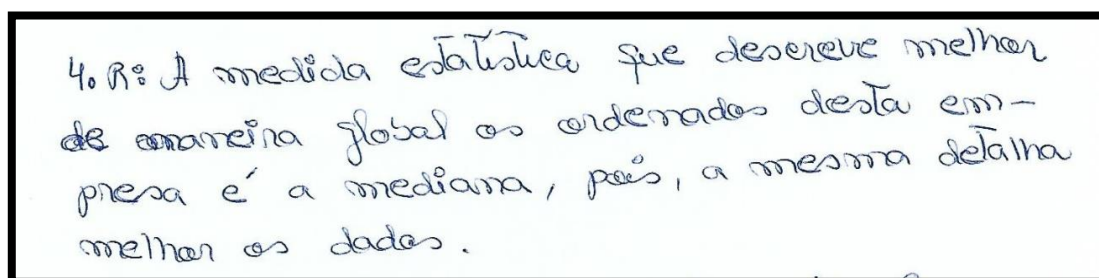


Handwritten calculation for arithmetic mean:

$$\bar{x} = \frac{2000 + 600 + 550 + 700 + 450}{5} = 860$$

Figura 85 - Resposta incorreta do aluno 14

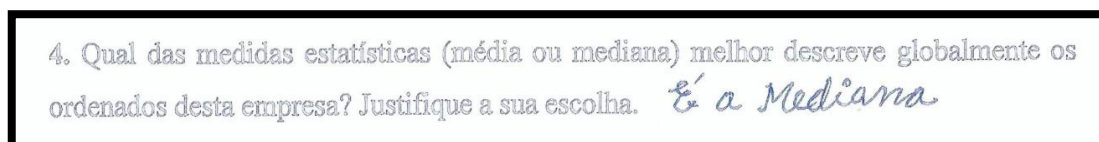
A quarta questão pedia aos alunos para identificar a medida estatística de localização que melhor descreve a distribuição dos ordenados e justificar. Dois alunos (7%) responderam de forma correta, indicando de forma adequada a mediana, embora o aluno 11 não justifique e o aluno 21 dê uma justificação desadequada não baseada nas propriedades das medidas de localização, conforme mostram as figuras a seguir:



Handwritten response:

4. R: A medida estatística que descreve melhor de maneira global os ordenados desta empresa é a mediana, pois, a mesma detalha melhor os dados.

Figura 86 - Resposta correta do aluno 21



Handwritten response:

4. Qual das medidas estatísticas (média ou mediana) melhor descreve globalmente os ordenados desta empresa? Justifique a sua escolha. É a Mediana

Figura 87 - Resposta correta do aluno 11

Sete alunos (25%) responderam de forma incorreta. Os alunos respondem de forma incorreta a média, que por sua vez é uma medida muito sensível e influenciada por todos

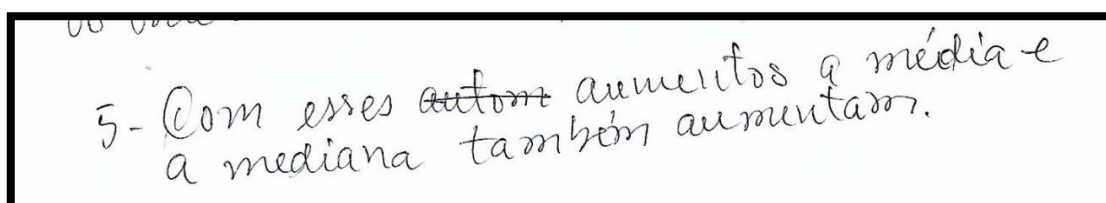
os valores observados e não representa da melhor maneira a distribuição dos ordenados mensais apresentados na tabela do enunciado. Também não justificam a escolha da medida estatística de localização que melhor descreve a distribuição dos ordenados, o que mostra falta de conhecimento das características mais importantes destas medidas, como mostra a figura a seguir:



4 - A medida estatística que melhor descreve os ordenados desta empresa é a Média

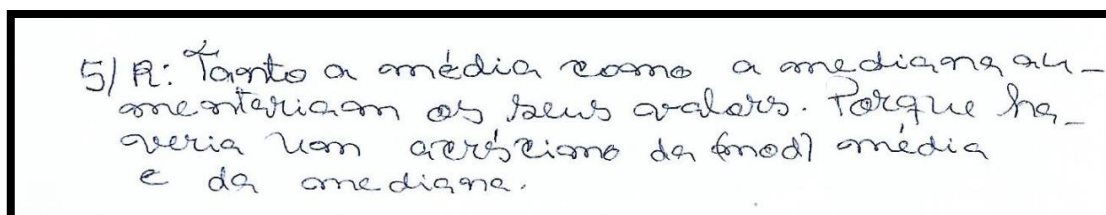
Figura 88 - Resposta correta do aluno 7

A quinta questão solicitava aos alunos para identificar e justificar as alterações ocorridas na média e na mediana após a alteração dos valores máximos da distribuição inicial. Esperava-se que os alunos fossem capazes de recalcular ou utilizar as propriedades da média e da mediana dos ordenados mensais para concluir: (i) que a média dos ordenados mensais aumentará pelo fato da substituição por outros valores maiores, tendo em conta que o valor da média determina-se com todos os valores dos dados e portanto quando se modifica qualquer valor da distribuição o valor da média altera-se; e (ii) a mediana se manterá já que a substituição de três valores por outros três maiores não tem implicação no valor da mediana uma vez que os três valores substituídos vão ser ocupados por outros que ficarão na mesma posição. Só cinco alunos (18%) responderam, de forma incorreta, e não mostram cálculos ou as estratégias que os leva a concluir que a média e a mediana aumentam, evidenciando dificuldades em recalcular a média e a mediana dos ordenados mensais, conforme as figuras:



5 - Com esses ~~auto~~ aumentos a média e a mediana também aumentam.

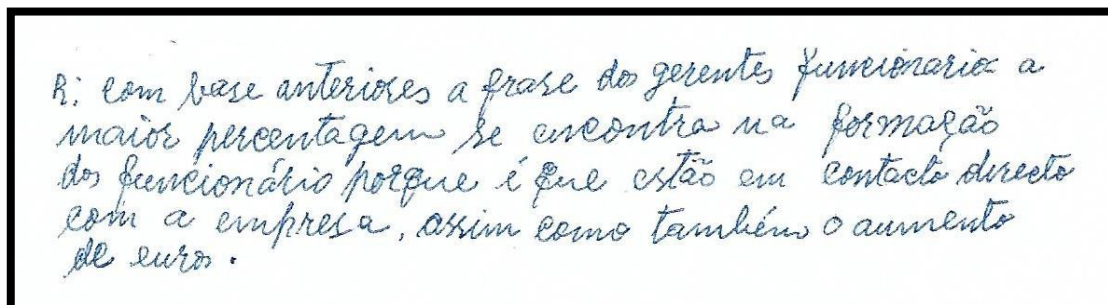
Figura 89 - Resposta incorreta do aluno 19



5/R: Tanto a média como a mediana ~~au-~~mentariam os seus valores. Porque ha-
veria um ~~acrescimento~~ da ~~med~~ média
e da mediana.

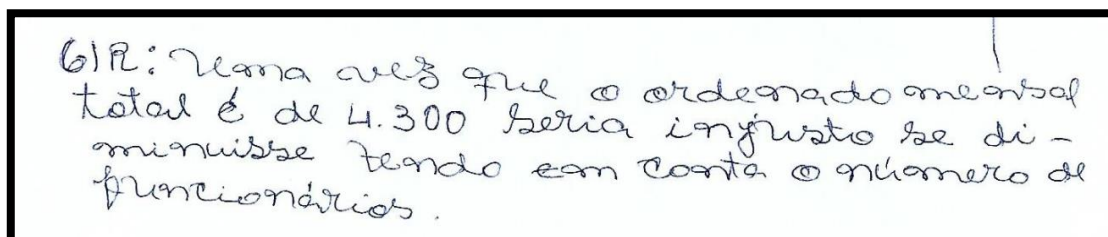
Figura 90 - Resposta incorreta do aluno 3

A sexta questão pedia aos alunos para comentarem uma afirmação envolvendo as propriedades da média. Só dois alunos (7%) responderam de forma considerada incorreta, apresentando respostas descontextualizadas da frase a comentar e sobre as quais não é possível inferir o raciocínio que está na sua base, conforme ilustram as figuras:



R: com base anteriores a frase do gerente funcionaria a maior percentagem se encontra na formação do funcionário porque é que estão em contacto directo com a empresa, assim como também o aumento de euro.

Figura 91 - Resposta incorreta do aluno 14



GR: Uma vez que o ordenado mensal total é de 4.300 seria injusto se diminuísse tendo em conta o número de funcionários.

Figura 92 - Resposta incorreta do aluno 3

Resumindo, nesta tarefa 6 “**Ordenados na empresa**” os alunos revelaram um desempenho fraco no que respeita à compreensão das medidas estatísticas. Revelaram dificuldade em identificar a moda, confundindo-a com a respetiva frequência ou com a média e no cálculo da média os alunos confundem média aritmética, média ponderada e mediana. Os alunos mostraram também dificuldade em atribuir significado a estas medidas de localização, assim como em reconhecer as propriedades da média e da mediana. Também mostraram dificuldade na interpretação da informação disponibilizada na tabela de distribuição.

Capítulo V

Conclusões e Reflexão final

Neste capítulo, começo por apresentar uma síntese do estudo. Seguem-se as conclusões do mesmo, tendo em conta o objetivo definido e as questões inicialmente formuladas, referindo-me à compreensão e às dificuldades evidenciadas pelos alunos participantes no que respeita à representação e interpretação de dados e medidas estatísticas de localização. Depois apresento as limitações do estudo e suas implicações, nomeadamente o seu contributo para promover a melhoria do ensino da Estatística no contexto estudado, apresentando uma proposta pedagógica para o contexto angolano que poderá ser implementada em sala de aula para ajudar os alunos a superar as dificuldades detetadas na representação e interpretação de dados e medidas estatísticas de localização. Finalmente faço uma breve reflexão pessoal sobre o significado deste trabalho enquanto investigador

5.1. Síntese do estudo

O estudo da Estatística é reconhecido como essencial numa educação sólida, para que as pessoas possam aprender a ler os dados criticamente e com compreensão, a produzir dados que permitam dar resposta clara a problemas importantes da sua vida quotidiana e a usar métodos para tirar conclusões confiáveis e tomar decisões com base nos dados.

Em Angola, o subtema de Estatística configura-se no programa de Matemática mas, frequentemente, não chega a ser abordado no ensino secundário porque a unidade de Estatística surge planeada no final do programa e nem sempre há tempo para ser apresentada aos alunos. Deste modo, alguns alunos terminam o ensino secundário e ingressam no ensino superior sem as bases necessárias para a compreensão dos tópicos de Estatística, razão pela qual a sua aprendizagem resulta numa tarefa difícil. É neste contexto que surgiu a minha preocupação em melhorar o ensino da disciplina de Probabilidade e Estatística II. Tendo em conta estes motivos, realizei um estudo com o objetivo de analisar o desempenho dos alunos do 3º ano do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié-Angola, no final da unidade de Estatística Descritiva, em tarefas envolvendo a representação e interpretação de dados e medidas estatísticas de localização. Com este estudo procurei responder às seguintes questões:

- (i) Como é que os alunos constroem e interpretam tabelas de frequência e diferentes representações gráficas? Quais as principais dificuldades que revelam?
- (ii) Que compreensão revelam os alunos das medidas estatísticas de localização? Que dificuldades manifestam na sua utilização na interpretação de dados?

O quadro teórico aborda a literacia estatística como finalidade do ensino e aprendizagem da Estatística e as orientações curriculares para o seu ensino bem como uma revisão de literatura sobre as dificuldades dos alunos na representação e interpretação de dados e medidas estatísticas de localização.

A metodologia aplicada foi qualitativa interpretativa e o método de recolha de dados usado foi a recolha documental das resoluções dos alunos num conjunto de 6 tarefas envolvendo a representação e interpretação de dados e medidas estatísticas de localização, aplicadas no final da lecionação da disciplina de Probabilidade e Estatística II, onde estes tópicos tinham sido abordados na sua unidade de Estatística Descritiva.

As conclusões apresentadas, atendendo à metodologia e às limitações do estudo, não são generalizáveis para outros contextos. Contudo, fornecem algumas indicações que poderão ajudar a introduzir melhoramentos no processo de ensino e aprendizagem da Estatística no contexto em estudo.

5.2. Conclusões

Os resultados do estudo foram apresentados no capítulo anterior. Nesta seção apresento as principais conclusões do estudo, relativas ao seu objetivo e articuladas com a revisão de literatura realizada, organizadas pelas questões inicialmente formuladas.

5.2.1. Construção e interpretação de tabelas de frequências e diferentes representações gráficas

Construção de tabelas de frequência: As conclusões retiradas sobre a construção de tabelas de frequência advêm de duas situações distintas. Quando os alunos foram solicitados a construir a tabela a partir dos dados disponibilizados, apenas um número reduzido de alunos respondeu de forma correta. Estes alunos contruíram a tabela de frequências (absolutas e relativas) com as classes bem definidas atendendo ao tipo de variável discreta em estudo, inclusivamente considerando classes para os valores intermédios ausentes no conjunto de dados, e determinaram corretamente as respetivas

frequências. No entanto, a maioria dos alunos revelou dificuldades em identificar a variável em estudo ou em relacionar o seu tipo com os procedimentos a seguir na construção da tabela de frequências, o que os levou a tomar a decisão errada de organizar os dados em intervalos, cometendo erros na sua construção. Deste modo, estes alunos não definiram corretamente as classes, cometendo erros na determinação da sua amplitude para além dos erros de contagem, que se repercutiram na determinação das respetivas frequências absolutas e relativas. As dificuldades encontradas são semelhantes às identificadas noutros estudos, com alunos de diferentes níveis, como por exemplo Gregório (2012) que mostrou no seu estudo que os alunos do 5º ano não conseguiram construir tabelas para representar corretamente os dados.

No caso em que já era disponibilizada a tabela parcialmente construída e os alunos foram solicitados a completá-la, a maioria dos alunos determinou corretamente os valores que faltavam nos intervalos de classe e nas frequências absolutas e relativas, embora não tenham apresentado os seus cálculos e explicado como chegaram a determinar os valores das frequências absolutas. Ainda assim, um número reduzido de alunos determinou de forma incorreta os valores que faltavam das frequências absolutas, cometendo erros na contagem dos dados que pertenciam aos intervalos de classe e, consequentemente, na determinação das suas frequências relativas.

Portanto, em ambos os casos, os alunos relevaram facilidade em seguir os procedimentos que lhes permitiu completar uma tabela de frequências, tendo a sua construção sido afetada pela dificuldade que demonstram em atender ao tipo de variável em estudo. Estes resultados sugerem que na construção das tabelas, os alunos recorrem a procedimentos de organização de dados em intervalos sem compreenderem a sua relação com a variável em estudo e a utilidade para resumir grandes conjuntos de dados e tornar perceptível a sua distribuição, aspetos que deverão ser alvo de maior atenção no ensino.

Construção de gráficos: os alunos constroem os gráficos com pouco rigor, possivelmente por desconhecimento dos elementos principais que compõem os gráficos. A construção dos diferentes tipos de gráficos (barras, circulares e histograma) foi solicitada aos alunos de dois modos distintos.

Num primeiro caso, em que os alunos escolhem e justificam o tipo de gráfico para representar a informação disponibilizada, observou-se que são capazes de construir diferentes tipos de gráficos mas nem sempre apropriados para representar a situação

proposta. Importa referir que quando a seleção do gráfico é feita de forma incorreta, os dados apresentados não transmitem uma adequada comunicação. Tal como acontece com as tabelas de frequência, ao não considerarem o tipo de variável em estudo, os alunos cometem erros na seleção do gráfico adequado para representar os dados, como também evidenciado no estudo de Fernandes, Morais & Lacaz (2011) com alunos do 9º ano de escolaridade.

No conjunto das questões relacionadas com a construção dos gráficos selecionados pelos alunos para representar dados quantitativos, a preferência foi claramente pela utilização do histograma, mesmo quando este tipo de gráfico não era adequado para representar os dados discretos da situação apresentada. Apenas um número reduzido de alunos optou pelo gráfico de barras e pelo gráfico circular, fazendo uma seleção adequada que permitiu transmitir a mensagem contida nos dados e tendo um efeito bastante visual permitiu comparar as representações de dados.

Em relação à justificação da escolha do gráfico, apenas um aluno apresentou uma justificação correta do tipo de gráfico que escolheu, baseando-se na classificação da variável em estudo.

Todos os restantes alunos que tentaram apresentar uma justificação, não o fizeram corretamente porque se limitaram a referir os procedimentos que seguem na construção do gráfico o que vai ao encontro das dificuldades referidas por Wu (2004) em alunos de uma escola secundária de Singapura no que diz respeito às explicações dos alunos que são, muitas vezes, incertas ou pouco claras.

Os erros e as dificuldades apresentadas pelos alunos sugerem que, possivelmente durante o processo de ensino, não terão tido oportunidade de discutir as características dos gráficos e as suas potencialidades para representar diversos tipos de dados de forma a transmitir adequadamente a informação neles contida.

No segundo caso, em que o tipo de gráfico já era solicitado, a maioria dos alunos já o constrói de forma adequada, embora, com pouco rigor. O erro mais comum na construção dos gráficos foi a ausência de título, aspeto igualmente referido por Cadima (2013) num estudo realizado com alunos do 7º ano de escolaridade. Outros erros identificados nas resoluções dos alunos são específicos do tipo de gráfico solicitado, como passo a referir.

Na construção do gráfico de barras, tal como referido no estudo de Morais (2011) com alunos do 9º ano, alguns alunos não identificam os eixos (vertical e horizontal),

selecionaram escalas pouco adequadas e mostraram falta de rigor na construção das barras.

Em relação à construção do gráfico circular, os principais erros que os alunos cometeram, à semelhança dos já detetados por Arteaga (2010) no estudo com futuros professores, foram: (i) distribuição da amplitude do setor de forma incorreta, usando sectores iguais do gráfico; e (ii) construir o gráfico representando as frequências absolutas em vez de percentagens. No gráfico circular estas dificuldades surgiram mesmo usando uma representação onde estavam marcadas 100 seções.

Finalmente, na construção do histograma, os alunos cometeram os seguintes erros: (i) apresentam um gráfico com as frequências absolutas; (ii) As marcações das escalas do eixo das frequências foram definidas segundo a ordem que aparecem na tabela de distribuição.

Essas dificuldades dos alunos parecem emergir nas questões de construção de gráficos quando não são considerados os conhecimentos prévios dos alunos em sala de aula e não se estabelecem as relações necessárias entre as componentes que constituem um gráfico, o que me leva a concluir que este tópico (construção de gráficos) deve ser aprofundado ao ser lecionado.

Leitura e interpretação de tabelas e gráficos.

Na leitura e interpretação de tabelas e diferentes tipos de gráficos (circulares, caule-e-folhas e de barras) propostos nas tarefas, quase todos os alunos revelaram facilidade em responder às questões de nível 1- ler os dados (Cúrcio, 1989), que envolviam apenas uma leitura do gráfico. No entanto, a maioria dos alunos já não conseguiu responder corretamente às questões de nível 2 - ler entre os dados, que requeriam não só a leitura da informação dos gráficos mas também a sua interpretação, identificando tendências no gráfico e realizando operações matemáticas com os dados baseados em conhecimento prévio sobre o assunto tratado no gráfico. Sendo este o nível mais comum da compreensão dos gráficos, como refere Curcio (1989), o fraco desempenho dos alunos neste nível foi essencialmente devido às dificuldades em identificar tendências nos gráficos. Com relação às questões de nível 3 - ler para além dos dados, que envolviam fazer inferências com base nos dados, todos os alunos responderam de forma incorreta. De salientar que nem sempre é claro de onde surge a informação em que os alunos se baseiam para responder às questões e frequentemente apresentam argumentos baseados na sua

vivência quotidiana e não nos dados. As principais dificuldades dos alunos provêm da fraca compreensão e interpretação dos gráficos, assim como da sua pouca capacidade de justificar respostas, sobretudo com base em dados. Estes resultados corroboram os de Wu (2004), no seu estudo realizado com alunos de uma Escola Secundária onde detetou dificuldades de compreensão dos gráficos e nas explicações que se apresentavam incertas (pouco claras). Também Freitas (2011), no estudo realizado por alunos do 5º ano, refere-se a dificuldades semelhantes na leitura e interpretação de gráficos (barras, linha, caule-e-folhas e circulares).

No gráfico circular, em particular, os alunos também revelaram dificuldades na interpretação da informação disponibilizada no enunciado e em relacioná-la com a do gráfico. Por sua vez, na representação de caule-e-folhas os alunos revelaram dificuldades na sua leitura e interpretação não sendo capazes de identificar as folhas (ou os algarismos) correspondentes à moda. Finalmente, no gráfico de barras, os alunos mostraram dificuldades em interpretar a informação disponibilizada no gráfico.

5.2.2. Compreensão das medidas estatísticas de localização

A maioria dos alunos revelou pouca compreensão das medidas estatísticas de localização, mostrando também falta de hábito em apresentar o significado dos valores determinados. Apenas um número reduzido de alunos respondeu de forma correta às questões relacionadas com a identificação da moda a partir das tabelas e dos gráficos e fazendo uma interpretação do seu significado como o valor com maior frequência da variável em estudo. Um dos alunos calculou a moda de forma correta a partir dos dados originais recorrendo à expressão da moda para dados agrupados. Alguns alunos também interpretaram a moda de forma correta a partir do diagrama de caule-e-folhas e da tabela de frequências atribuindo-lhe como significado o valor da variável em estudo com maior frequência. No entanto, a maioria dos alunos evidenciaram dificuldades em: (i) identificar a moda a partir do diagrama de caule-e-folhas, mostrando incapacidade em determiná-la bem como em interpretar o seu significado em situações concretas; e (ii) em identificar a moda a partir da tabela de frequências indicando a frequência mais elevada em vez do valor da variável, mostrando confundir o valor da moda com a respetiva frequência.

No cálculo da média, os alunos que a calcularam de forma correta recorrem à expressão da média ponderada e extraíram os dados a partir da tabela de frequências. Os alunos que responderam de forma incorreta, confundem a média com a mediana, revelando também

difficuldade em explicar o seu significado no contexto considerado. Esta dificuldade em explicar o significado da média é igualmente referida em Cadima (2013), num estudo realizado por alunos do 7ºano de escolaridade, em que os alunos descrevem o procedimento algorítmico que usaram para o cálculo desta medida e não o seu significado.

Em relação ao cálculo do valor da mediana, os poucos alunos que responderam fizeram-no incorretamente, cometendo erros como: (i) alguns alunos não ordenam os dados para determinar o valor da mediana; (ii) calculam a mediana da frequência absoluta. Erros também referenciados no estudo de Fernandes, Carvalho e Ribeiro (2007) por alunos do 7.º ano de escolaridade. Nas questões relacionadas a interpretação da mediana os alunos revelaram dificuldades em apresentar a explicação do seu significado, assim como em reconhecer as suas propriedades, dificuldades encontradas por Cadima (2013) em alunos do 7ºano. Por exemplo, os alunos demonstraram não terem compreendido que o valor da mediana resulta da média dos dois valores centrais quando o conjunto de dados for par e coincide sempre com um dos valores da distribuição, quando os valores centrais são iguais.

Os resultados deste estudo evidenciam, assim, uma fraca compreensão dos alunos com relação às medidas estatísticas de localização, revelando dificuldades na sua identificação, tanto em tabelas como em gráficos e na atribuição de significado aos seus valores.

5.3. Reflexão Final

5.3.1. Limitações e implicações do estudo

Este trabalho apresenta também algumas limitações que não posso deixar de referir. Uma das limitações deste estudo foi não ter sido possível aplicar um estudo piloto que permitiria ajudar na preparação das tarefas enquanto instrumento de recolha de dados. O estudo piloto estava pensado ser aplicado aos alunos que estavam a frequentar o 4º ano do curso de Matemática no ano letivo de 2016, tendo em conta que já tinham frequentado a disciplina de Probabilidade e Estatística II mas, depois de combinado o momento que eu e o professor considerámos mais adequado, os alunos infelizmente não compareceram.

Apesar disso, é importante referir que as tarefas aplicadas foram enquadradas na unidade temática de Estatística Descritiva e que os tópicos abordados nas tarefas foram discutidos com o professor da disciplina de Probabilidade e Estatística II que confirmou que os alunos os trabalharam em sala de aula. Um outro aspeto que considero ter influenciado o

desempenho dos alunos foi a aplicação das tarefas ter sido feita após a leção da disciplina mas sem contributo avaliativo. Penso que com interesse avaliativo, possivelmente o resultado seria diferente, tendo em conta que os alunos teriam um maior envolvimento na resolução das tarefas e maior preocupação em prepararem-se com esse objetivo.

As dificuldades apresentadas indicam uma formação deficitária em Estatística de futuros professores. De salientar que um professor mal formado, mal forma. Como refere Brocado (2003), não se pode ser um bom professor sem dominar o conteúdo científico que se pretende ensinar. Por sua vez, a mesma autora acrescenta que o professor deve ser capaz de equacionar o conhecimento relativo ao currículo da sua disciplina em termos de grandes finalidades curriculares. Para que a Estatística seja adequadamente ensinada na escola é necessário que os professores possuam um forte conhecimento desta disciplina e do seu ensino (Santos & Ponte 2014).

As conclusões deste estudo apontam para a importância de uma intervenção no ensino da Estatística a vários níveis, e para uma maior atenção ao desenvolvimento da literacia estatística. Com efeito, e atendendo aos resultados, torna-se necessário repensar as metodologias de ensino nas disciplinas de Probabilidade e Estatística I e II da Escola Superior Pedagógica do Bié-Angola, ajustando-as às orientações curriculares internacionais, para uma preparação mais adequada dos alunos (futuros professores) nesta temática. Para isso, é importante que os professores proporcionem oportunidades aos alunos de realizarem tarefas no âmbito da Estatística Descritiva que não se limitem a procedimentos de construção de tabelas e gráficos e cálculo de medidas estatísticas mas que envolvam igualmente a sua interpretação. Gostaria ainda de sugerir que é urgente a formação contínua para professores e futuros professores do Ensino Superior em Angola na área de Estatística, para promoverem uma efetiva mudança nas práticas de ensino. Para Santos e Ponte (2014) a formação de futuros professores é importante desde que sejam submetidos a atividades de diferentes natureza, em contextos de prática letiva, onde aprofundem o conhecimento dos conteúdos de ensino e também dos problemas didáticos envolvidos e das estratégias que podem usar na sua futura atividade profissional.

5.3.2. Proposta Pedagógica

Apesar das limitações que referi acima, os resultados deste estudo evidenciam a importância de reforçar o ensino e a aprendizagem da Estatística, particularmente no

contexto em que foi realizado. Considero ainda, dada a natureza deste trabalho, que o mesmo deverá trazer um contributo para a sua temática, o que pode ser alcançado incluindo informações úteis que permitam refletir e melhorar o ensino e aprendizagem da Estatística.

Em função das dificuldades reveladas pelos alunos do 3º ano do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié-Angola, na resolução das 6 tarefas propostas, apresento uma proposta pedagógica para este contexto angolano que poderá ser implementada em sala de aula. O seu objetivo é ajudar os alunos a superar as dificuldades detetadas na representação e interpretação de dados e medidas estatísticas de localização, nomeadamente na: (i) identificação da variável em estudo; (ii) construção de tabelas de frequências tendo em conta a variável em estudo; (iii) seleção e construção do gráfico mais adequado para representar dados, tendo em conta a variável em estudo; (iv) compreensão da informação disponibilizada em tabelas e gráficos; e (v) compreensão das medidas estatísticas de localização.

A proposta pedagógica que descrevo a seguir poderá proporcionar a oportunidade de substituir a forma tradicional de ensinar a Estatística, baseada nos cálculos e procedimentos, por uma abordagem focada na análise de dados, apresentando tarefas significativas e motivadoras para que os alunos desenvolvam a sua literacia estatística (Henriques & Oliveira, 2012). A proposta apresenta a seguinte estrutura: (i) orientações curriculares que a enquadram; (ii) sequência das tarefas e seus objetivos; e (iii) modo de trabalho e dinâmica das aulas.

Orientações curriculares

De acordo o MES (2010), o programa de Probabilidade e Estatística II, no âmbito do ensino da unidade temática de Estatística descritiva, os alunos devem ser capazes de: (i) representar os dados em tabelas de distribuição de frequências e gráficos; (ii) definir e caracterizar as medidas estatísticas; (iii) calcular as medidas estatísticas num conjunto de dados; (iv) analisar os dados a partir da utilização dos métodos estatísticos descritivos; e (v) utilizar os métodos estatísticos descritivos na análise dos fenómenos da prática social. Para além disso, o trabalho a desenvolver pelos alunos no decorrer das aulas deve contribuir para o desenvolvimento de capacidades investigativas que lhes serão úteis para o seu futuro desempenho como professores e para a realização de seus trabalhos de fim de curso.

Em relação às tarefas, é importante referir que outras orientações curriculares, como por exemplo o ME (2007), destacam a importância de envolver os alunos em diversos tipos de experiências de ensino, nomeadamente, a resolução de problemas variados e a realização de tarefas de investigação e exploração, de modo a proporcionar uma aprendizagem compreensiva dos procedimentos. No ensino da Estatística é importante que o professor proponha tarefas e situações estatísticas, que não sejam rotineiras, de modo a que haja uma maior riqueza de estratégias de resolução, o que irá permitir que se construam significados estatísticos (Carvalho, 2001). Diversos autores defendem também que os dados a considerar nas tarefas devem ser reais, envolvendo contextos que sejam do interesse dos alunos e com os quais estejam familiarizados, para que possam sugerir soluções e, assim, sentirem utilidade no trabalho a desenvolver e motivação para o realizarem (Martins & Ponte, 2010; ME, 2007; NCTM, 2007). Por sua vez, Ponte, Brocado e Oliveira (2003) afirmam que a Estatística deve ser trabalhada com recurso ao processo investigativo, pois só deste modo os alunos poderão entender a sua importância na sociedade. Assim, os alunos devem ter oportunidade de realizarem tarefas investigativas, como por exemplo, a última tarefa que se apresenta nesta proposta pedagógica para que possam desenvolver sua literacia estatística.

Sequência de tarefas

A seleção das tarefas a propor aos alunos constitui um dos aspetos essenciais do trabalho do professor (Ponte & Serrazina, 2009). Estes autores acrescentam que é importante que o professor considere todo um conjunto de tarefas relacionadas entre si, apresentadas em sequências coerentes de modo a promover as aprendizagens. Finalmente, salientam que a tarefa é condição fundamental na sequência de aprendizagem, servindo de ponte entre os conhecimentos prévios e a aquisição de novos conhecimentos.

Nesta proposta pedagógica procurei que as tarefas fossem diversificadas, incluindo as de carácter exploratório e investigativo, para que “no seu conjunto, proporcionem um percurso de aprendizagem coerente” (ME, 2007, p. 11). Importa salientar, que a sequência das tarefas desta proposta obedece a uma sistematização dos conteúdos estabelecidos pelo programa de Probabilidade e Estatística I e II no tema de Estatística Descritiva e mais alguns aspetos relacionados com o tema de Amostragem para responder à última tarefa que envolve o planeamento estatístico, que, por sua vez, colocará os alunos em várias situações de aprendizagem.

Na tabela seguinte apresento uma síntese dos objetivos e tópicos sugeridos para as tarefas da proposta pedagógica que se encontram no anexo 3.

Tabela 12- Tarefas da proposta pedagógica

<i>Tarefa</i>	<i>Objetivos curriculares da tarefa</i>	<i>Tópico</i>
Tarefa 1 – “O parque da Pequeneda”	Construção de tabelas de frequências; Seleção e construção de gráfico adequado para representar os dados; Leitura e interpretação de dados a partir das representações.	Representação e interpretação de dados Natureza dos dados
Tarefa 2 – “Candidatos ao acesso à ESP-Bié/2011”	Leitura e interpretação de dados a partir do gráfico de barras; Construção de tabela de frequências.	
Tarefa 3 – “Vamos comparar a temperatura entre Cuito e Luanda ”	Leitura e interpretação de dados a partir de tabela de frequências; Interpretar as medidas estatísticas de dispersão e localização (mediana e média).	
Tarefa 4 – “Urbanização de uma determinada câmara”	Construção de tabelas de frequências e gráficos para representar dados agrupados; Leitura e interpretação de dados.	Medidas de localização
Tarefa 5 - “Poupar para partilhar”	Compreender a média aritmética de um conjunto de dados e indicar a adequação da sua utilização em contexto.	
Tarefa 6 - “Mercado discográfico”	Leitura e interpretação de informação apresentada em gráfico circular.	
Tarefa 7 - “Perfil Epidemiológico”	Motivar os alunos em recolher dados; Seleção e construção de gráfico adequado para representar os dados;	Planeamento estatístico
Tarefa 8 - Um estudo na Escola Superior Pedagógica do Bié	Compreender a informação de natureza estatística e desenvolver uma atitude crítica; Realizar estudos que envolvam procedimentos estatísticos, interpretar os resultados obtidos e formular conjecturas a partir deles.	

O percurso de aprendizagem desta proposta pedagógica tem como função primordial a facilitação e promoção das aprendizagens dos alunos. Esta sequência consiste num conjunto de tarefas ordenadas, estruturadas e articuladas que visam o cumprimento dos objetivos definidos anteriormente.

As orientações curriculares para o ensino da Estatística e a investigação em educação estatística têm vindo a recomendar o uso da Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na realização das tarefas para se poder alcançar os objetivos traçados. Para Martins e Ponte (2010) a tecnologia é muito útil para o ensino e aprendizagem dos conceitos estatísticos. Os mesmos autores acrescentam que o desenvolvimento dos meios tecnológicos fez com que surgisse uma nova forma de ensinar Estatística, centrando a atenção nos conceitos e não na forma de os calcular. Disso no entanto, Henriques e Antunes (2014) salientam que o acesso a recursos tecnológicos não garante, por si só, uma aprendizagem efetiva, é fundamental o papel ativo do professor no estabelecimento e suporte do desenvolvimento do raciocínio dos alunos.

Na Escola Superior Pedagógica do Bié, tendo em conta o número reduzido de laboratórios de informática e a sua ocupação com aulas de informática, não tem sido possível a utilização dos computadores por parte dos alunos nas aulas de Probabilidade e Estatística II. Tendo em conta essa dificuldade, nesta proposta pedagógica apresento tarefas em que os alunos usarão fundamentalmente como recurso tecnológico a calculadora no tratamento de dados.

Modos de trabalho e dinâmica da aula

As tarefas da presente proposta pretendem oferecer um ensino adequado à aprendizagem dos alunos. Importa referir que algumas das tarefas apresentadas podem ser trabalhadas no âmbito da introdução da temática e outras na consolidação dos conhecimentos, a depender do critério do professor.

No que concerne à organização da turma, as tarefas poderão ser trabalhadas pelos alunos, autonomamente, em pares ou em pequenos grupos, seguidas de discussões coletivas. O trabalho em pares “é uma organização particularmente adequada na resolução de pequenas tarefas, permitindo que os alunos troquem impressões entre si, esclareçam dúvidas e partilhem informações” (ME 2007, p. 10). Por sua vez, o trabalho de grupo é muito mais criativo, completo e estimulante do que o realizado individualmente. No entanto, para que este tipo de trabalho seja proveitoso é necessário a definição de objetivos claros, a estruturação e calendarização das ações a realizar e a verificação do seu cumprimento e espera-se que os alunos assumam responsabilidades (Martins & Ponte, 2010).

Nesta proposta, sugere-se que a realização de cada tarefa na sala de aula contemple três momentos principais (i) a apresentação da tarefa, aos alunos, através de um enunciado escrito; (ii) a exploração da tarefa, durante a qual os alunos trabalharão em pares ou pequenos grupos; e (iii) a apresentação oral e discussão das suas conclusões em grande grupo (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2003). É de salientar, que em cada um desses momentos o professor deverá dar explicações claras sobre o que se pretende que os alunos façam. Caberá ao professor transmitir como devem funcionar os pares ou os pequenos grupos criando condições para que todos os alunos participem. Na constituição dos pares ou dos grupos é preciso ter em atenção a heterogeneidade, ou seja, incluir sempre que possível alunos com diferentes desempenhos académicos, incentivando deste modo o espírito de partilha de saberes e um ambiente favorável à aprendizagem.

Durante o trabalho autónomo dos alunos, em grupo, o professor também deverá assumir um papel de orientador, acompanhando os alunos, esclarecendo as suas dúvidas e ajudando-os a ultrapassar algumas das dificuldades com que se deparem. O Professor deve ter presente que muito do êxito do trabalho, depende da sua atitude enquanto orientador. Sendo ele então um guia, não deve interferir de forma direta na atividade, cabendo-lhe a função de mediar e aconselhar quando for solicitado pelo grupo (Ponte, 2005). Em relação aos alunos, é essencial que os alunos interajam entre si, não apenas com o professor, para que aprendam a discutir e a argumentar as suas opiniões e ideias, a questionarem, a formularem as suas conjecturas, a fazerem comparações entre os processos e entre os resultados obtidos.

O momento da discussão é também para que a tarefa tenha sentido e que o trabalho desenvolvido pelos alunos não se disperse. As discussões na sala de aula apresentam-se como excelentes oportunidades para o desenvolvimento de uma comunicação reflexiva e instrutiva (Semana & Santos 2012). Neste momento da aula, um aspeto a ter em consideração é o questionamento oral que segundo Santos (2008) é uma estratégia com potencialidades para encorajar e apoiar os alunos. Por sua vez, a mesma autora salienta que as diferentes formas de pensar devem ser respeitadas e valorizadas, o erro deve ser entendido como natural e a turma, reconhecida como um campo legítimo de validação e correção. A atividade investigativa relacionada com a Estatística é um campo privilegiado para desenvolver a capacidade de comunicação, quer oral quer escrita, dos alunos (Freitas, 2011). Assim, durante o momento da discussão, o professor tem a função de moderar e orientar, estimulando a comunicação entre os alunos ou entre grupos de trabalho, incentivando a que explicitem as suas ideias, argumentando e questionando.

5.3.3. Reflexão pessoal

A realização deste trabalho, inserido na minha formação profissional no âmbito do mestrado, constituiu um importante momento de aprendizagem para mim, na qual tive a oportunidade de refletir, pesquisar e aprender muito mais sobre o ensino e a aprendizagem da disciplina de Estatística.

Por um lado, este estudo permitiu compreender melhor as dificuldades dos alunos e os seus erros mais comuns na aprendizagem da Estatística por alunos do 3º ano do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié-Angola, aos quais, como professor de Estatística, certamente irei dar maior atenção na minha prática letiva. Por outro lado,

suscitou-me particular interesse a leitura das novas orientações curriculares para o ensino da Estatística e de várias e distintas investigações desenvolvidas noutros contextos educativos que me ajudaram a refletir sobre o ensino e a aprendizagem da Estatística, e que sem dúvida vieram enriquecer o meu conhecimento e a minha prática docente. Procurarei implementar novas metodologias no ensino desta disciplina, nas quais poderei articular os objetivos de ensino com a realidade dos alunos, para que favoreça o desenvolvimento não só da sua literacia estatística mas também do seu conhecimento para ensinar, enquanto futuros professores.

As seis tarefas propostas aos alunos envolvem a representação e interpretação de dados e medidas estatísticas de localização e foram resolvidas de forma individualizada para analisar o desempenho dos alunos. Apesar dos resultados deste estudo não serem generalizáveis, atendendo à metodologia do estudo, penso que as suas conclusões e a proposta pedagógica apresentada podem ser úteis para outros professores, nomeadamente os envolvidos no contexto em que o estudo foi realizado. Considero ainda que o trabalho realizado, contém experiências e informações úteis que fomentam o ensino e aprendizagem da Estatística que permitirá deste modo desenvolver a literacia estatística aos alunos dos níveis de ensino secundário e superior no contexto em que foi realizado o trabalho.

Claramente que me confrontei com algumas dificuldades na realização deste trabalho. Uma das maiores dificuldades que senti diz respeito à preparação das tarefas do instrumento de recolha de dados, visto ter sido um trabalho muito exigente. As tarefas tiveram que ser selecionadas de acordo com os objetivos gerais de aprendizagem, segundo o programa de Probabilidade e Estatística II, particularmente na base de organizar, representar e interpretar dados estatísticos e medidas estatísticas de localização, mas exigiu uma conversa com o professor da disciplina sobre o trabalho nela efetivamente realizado. Também não tinha conhecimento aprofundado das orientações para o ensino da Estatística bem como dos tópicos que mereceram avaliação e a forma de o fazer, permitindo evidenciar as eventuais dificuldades que poderiam emergir no tema de Estatística Descritiva. Nesta tarefa tive que ser muito criterioso e focado na seleção das perguntas devido ao número reduzido de tarefas que seria possível propor. Outra dificuldade diz respeito ao processo de análise dos dados. Não foi fácil classificar (em corretas e incorretas) e interpretar as respostas dadas pelos alunos.

Por fim, gostaria de salientar que este trabalho reforça a importância do ensino e aprendizagem da Estatística e o mesmo pode servir de mola impulsionadora para ajudar a superar as dificuldades apresentadas pelos alunos e a desenvolver a sua literacia estatística.

Referências

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Afonso, A. & Nunes, C. (2011). *Probabilidade e Estatística*. Lisboa: Escolar Editora.
- Ainley, J. (2008). Reading the patterns in data: Informal statistical reasoning. In A. Gomes (Eds.), *3rd Meeting Elementary Mathematics Education* (pp. 17-29). Braga: Universidade do Minho.
- Albuquerque, M. R. G. C. (2010). *Como adultos e crianças compreendem a escala representada em gráficos* (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.
- Almeida, M. R. (2000). *Imagens sobre o ensino e aprendizagem da Estatística* (Dissertação de Mestrado). Universidade de Lisboa, Portugal.
- Amado, J. (2014). *Manual de Investigação qualitativa em educação*. Coimbra: Pombalina.
- Aoyama, K. (2006). Investigating a hierarchy of students' graph interpretation. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: InternationalStatisticalInstitute.
- Arteaga, J. (2010). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores* (Tesis Doctoral). Universidad de Granada, Espanha.
- Arteaga, P. (2009). *Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos* (Tesis de Maestria). Universidad de Granada, Espanha.
- Batanero, C. (2000a). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *UNO*, (25), 41-58.
- Batanero, C. (2000b). Dificultades de los estudiantes en los conceptos estadísticos elementales: el caso de las medidas de posición central. In C. Loureiro, O. Oliveira e L. Brunheira. (Orgs.), *Ensino e aprendizagem da estatística* (pp.31-48). Lisboa: SPE, APM, DEIO da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: GEEUG.
- Batanero, C., Godino, J. D., Green, D. R., Holmes, P., & Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales.

- International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges: In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3-15). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Branco, J., & Martins, M. E. (2002). Literacia estatística. *Educação e Matemática*, 69, 9-13.
- Briceñ, L. (2009). *La comprensión gráfica de dos alumnos del nivel primaria* (Tesis de Maestría). Universidade de Yucatán, Mexico.
- Brocado, J. (2003). Formação inicial de professores de Matemática: Consensos e dificuldades. *Educação e Matemática* 73, 3-7.
- Brocado, J., & Mendes, F. (2001). Processos usados na resolução de tarefas estatísticas. *Quadrante*, 10(1), 33-58.
- Cadima, S. (2013). *Tratamento de dados no 7.º ano de escolaridade: Medidas estatísticas* (Relatório de Mestrado). Universidade de Lisboa, Portugal.
- Carvalho, C. (2001). *Interações entre pares: Contributo para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico no 7.º ano de escolaridade* (Tese de Doutoramento). Universidade de Lisboa, Portugal.
- Cavalcanti, M. R., Natriel, N. R., & Guimarães, G. L. (2010). Gráficos na mídia impressa. *Bolema*, 23(36), 733-751.
- Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria* (Tesis Doctoral). Universidad de Granada, Espanha.
- Coutinho, C. P. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas. Teoria e Prática*. Coimbra: Edições Almedina.
- Creswell, J. W. (2010). *Projeto de pesquisa. Métodos qualitativos, quantitativos e mistos*. Porto Alegre: Artmed Editora.
- Cruz, A. M. S. C. (2013). *Erros e dificuldades de alunos de 1º ciclo na representação de dados estatísticos* (Relatório de Mestrado). Universidade de Lisboa, Portugal.
- Cruz, A. M., & Henriques, A. C. (2012). Erros e dificuldades na representação do 1º ciclo na representação de dados através de gráficos estatísticos. In H. Pinto, H. Jacinto, A. Henriques, A. Silvestre & C. Nunes, *Atas do XXIII Seminário de Investigação Matemática* (pp. 483-499). Lisboa: APM.

- Curcio, F. (1989). *Developing graph comprehension: Elementary and middle school activities*. VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Cury, H. N. (2007). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica.
- ESPB (2016). *Regime Acadêmico*. Cuíto: Casa Gráfica.
- Fernandes, J. A., Carvalho, C., & Correia, P. (2011). Contributo para a caracterização do ensino da Estatística nas escolas. *Bolema*, 24(39), 585-606.
- Fernandes, J. A., Carvalho, C., & Ribeiro, S. (2007). Caracterização e implementação de tarefas de Estatística: Um exemplo no 7.º ano de escolaridade. *Zetetiké*, 15(28), 27-61.
- Fernandes, J. A., Moraes, P. C., & Lacaz, T. V. S. (2011). Representação de dados através de gráficos estatísticos por alunos do 9º ano de escolaridade. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática* (pp. 1-12). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.
- Fernandes, J. A. (2009). Ensino e aprendizagem da Estatística: Realidades e desafios. In *Atas do XIX EIEM: Números e Estatística*. Vila Real.
- Freitas, C. M. P. (2011). *O desenvolvimento da literacia estatística no 5º ano: Uma experiência de ensino* (Dissertação de Mestrado). Universidade de Lisboa, Portugal.
- Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for research in mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- GAISE (2005). *A curriculum framework for Pre-k12 statistics education*. California, CA: American Statistical Association.
- Gal, I. (2002). Adult statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). The discipline of statistics education. In J. Garfield, & D. Ben-Zvi (Eds.), *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice* (pp. 3-19). Dordrecht: Springer.
- Garfield, J., delMas, R., & Chance, B. (2003). Web-based assessment resource tools for improving statistical thinking. In *Proceedings Assessment of Statistical Reasoning to Enhance Educational Quality* (pp.1-22).Chicago: USA.
- GAVE (2009). *Proposta de sequência de tarefas para o 7.º ano - 3.º ciclo*.

- Gregório, H. M. S. P. (2012). *O desenvolvimento da literacia estatística no 5.º ano: O contributo de uma unidade de ensino* (Relatório de Mestrado). Universidade de Lisboa, Portugal.
- Groth, R. E. (2006). An exploration of students' statistical thinking. *Teaching Statistics*, 28(1), 17-21.
- Guimarães, G. L., Ferreira, V. G. G., & Roazzi, A. (2001). Interpretando e construindo gráficos. In: *Atas de 24ª Reunião da ANPED*, (pp. 1-19). Caxambu. Brasil. Retirado em Fevereiro 14, 2017, de https://www.researchgate.net/publication/264847451_INTERPRETANDO_E_CONSTRUINDO_GRAFICOS
- Heaton, R. M., & Mickelson, W. T. (2002). The learning and teaching of statistical investigation in teaching and teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(1), 35-59.
- Henriques, A. C., & Fernandes, A. J. (2015). O ensino da estatística nas recentes orientações curriculares. In A. Borralho, E. Barbosa, I. Vale, H. Jacinto, J. Carvalho e Silva, & J. Latas, *Atas do ProfMat2015: Matemática, currículo e desenvolvimento curricular* (pp. 48-67). Lisboa: APM.
- Henriques, A., & Antunes, P. (2014). A exploração da covariação estatística por alunos do 10.º ano com o TinkerPlots. *Quadrante*, 23(2), 95-122.
- Henriques, A., & Oliveira, H. (2012). Investigações estatísticas: Um caminho a seguir? *Educação e Matemática*, 120, 3-8.
- INIDE (2003). *Caraterização global do contexto angolano e respetivo sistema Educativo*. Luanda: Editora Moderna.
- Júnior, G. B. S., & Lopes, C. E. (2014). Representações gráficas e variáveis estatísticas: Reflexões para a formação de engenheiros de produção. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 3(5), 100-114.
- Leavy, A., & O'Loughlin, N. (2006). Preservice teacher understanding of the mean: Moving beyond the arithmetic average. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(1), 53-90.
- Loureiro, C., Oliveira F., & Brunheira L., (2000). *Ensino e Aprendizagem da Estatística*. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística e Associação Professores de Matemática.

- Magina, S., Cazorla, I., Gitirana, V. & Guimarães, G., (2010). Conceções e concepções alternativas da média: Um estudo comparativo entre professores e alunos do ensino fundamental. *Educar em Revista* 2, 59-72.
- Makar, K., Bakker, A., & Ben-Zvi, D. (2011). The reasoning behind informal statistical inference. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1), 152-173.
- Martins, C., Pires, M. V., & Barros, P. M. (2009). Conhecimento estatístico: Um estudo com futuros professores. In *Atas do XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 1-12). Vila Real: Escola Superior de Tecnologia e Gestão/Matemática.
- Martins, G., Loura, L., & Mendes, M. (2007). *Análise de dados: Texto de apoio para professores do 1.º ciclo*. Lisboa: DGIDC.
- Martins, M. E. G., & Ponte, J. P. (2010). *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: DGIDC.
- McClain, K. (1999). Reflecting on Students' Understanding of Data. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 4(8), 374-80.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.
- Ministério do Ensino Superior (2010). *Programa de Probabilidade e Estatística*. Angola: Autor.
- Monteiro, C. E. F., & Selva, A. C. (2001). Investigando a atividade de interpretação de gráficos entre professores do ensino fundamental. In: *Atas de 24ª Reunião da ANPED*, (pp.1-16). Caxambu. Brasil. Retirado em Fevereiro 14, 2017, em http://www.ufrj.br/emanped/conteudo_producoes/docs_24/investigando.pdf.
- Monteiro, C. & Ainley, J. (2006). Student teachers interpreting media graphs. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education. Online: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>.
- Monteiro, C. & Ainley, J. (2007). Investigating the interpretation of media graphs among student teachers. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(3), 188-207. On line: <http://www.iejme/>.
- Morais, P. (2011). *Construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano de escolaridade* (Dissertação de Mestrado). Universidade do Minho, Portugal.

- Nacional, A. (2016). *Lei de Bases do Sistema de Educação de Angola*. Luanda.
- NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: APM.
- OTD (2010). *Proposta de sequência de tarefas para o 8.º ano - 3.º ciclo*.
- Ponte, J. P. (1984). *Function reasoning and the interpretation of cartesian graphs* (PhD Thesis). University of Georgia, USA.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., & Canavarro, P. (1997). *Matemática e novas tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P., & Sousa, H. (2010). Uma oportunidade de mudança na Matemática do ensino básico. In GTI (Org.), *O professor e o programa de Matemática do ensino básico* (pp. 11-41). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Ponte, J., & Serrazina L. (2009). O Novo Programa de Matemática: Uma oportunidade de mudança. *Educação e Matemática*, 106, 2-6.
- Quivy, R., & Campenhoudt, L., (1993). *Manual de investigação e Ciências Sociais*. Lisboa: Gradiva.
- Reis, E. (2012). *Estatística Descritiva*. Lisboa: Edições Sílabo.
- Santos, L. (2008). Dilemas e desafios da avaliação reguladora. In L. Menezes; L. Santos; H. Gomes & C. Rodrigues (Eds.), *Avaliação em Matemática: Problemas e desafios* (pp. 11-35). Viseu: Secção de Educação Matemática da SPCE.
- Santos, R., & Ponte, J. P. (2014) Ensino e aprendizagem de investigações estatísticas: dois estudos de caso com futuras professoras. *Quadrante*, 23(2), 47-67.
- Semana, S. & Santos, L. (2012). A comunicação oral numa discussão matemática em grupo-turma: o papel da professora. In *Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 307-320). Portalegre: Escola Superior de Educação de Portalegre.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. In F. K. Lester (Eds.), *2nd Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 957-1006). Greenwich: NCTM.
- Snee, R. (1993). What's missing in statistical education? *The American Statistician* 42(2), 149-154.

- Sosa, J. (2010). *Conocimiento Didáctico del Contenido sobre la representación de datos estadísticos: Estudios de casos con profesores de estadística en carreras de psicología y educación* (Tesis Doctoral). Universidad de Salamanca, Espanha.
- Tashakkari, A., & Teddlie, C., (2010). Putting the human back in Human Research Methodology the research in mixed. *Journal of Mixed Methods Research*, 4(4), 271-277.
- Wu, Y. (2004). Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs. In *Proceedings of 10th International Congress on Mathematics Education* (pp. 1-7). Copenhagen, Denmark: National Institute of Education.
- Zieffler, A., Garfield, J., Alt, S., Dupuis, D., Holleque, K., & Chang, B. (2008). What does research suggest about the teaching and learning of introductory statistics at the college level? A review of the literature. *Journal of Statistics Education*, 16(2), 1-25.

Anexos

(Anexo 1)

Pedido de autorização

No âmbito do Mestrado em Educação, especialidade de Didática da Matemática, que me encontro a realizar no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, estou a desenvolver uma investigação intitulada “Representação e interpretação de dados e medidas estatísticas por alunos do 3ºano do curso de Matemática da Escola Superior Pedagógica do Bié-Angola”. Esta investigação tem como objetivo principal estudar o desempenho dos alunos do 3º ano da Escola Superior Pedagógica do Bié – Angola, em tarefas envolvendo representação e interpretação de dados e medidas estatísticas.

Para o efeito necessito de recolher dados sobre o trabalho dos alunos que frequentam a unidade curricular de Estatística Descritiva, recorrendo à aplicação de tarefas aos alunos, em horário extracurricular e data a combinar. Face ao exposto solicito autorização para proceder à recolha de dados, comprometendo-me desde já a garantir o anonimato dos alunos e a confidencialidade dos dados obtidos que serão utilizados apenas no âmbito da referida investigação.

Agradecendo desde já a atenção dispensada, apresento os meus melhores cumprimentos.

_____, ____ de agosto de 2016

O professor

Amado Leonardo André

(Anexo 2)

TAREFAS

Representação e interpretação de dados e medidas estatísticas

Estimado aluno!

Solicito a sua colaboração na resolução das tarefas seguintes, as quais têm como único objetivo contribuir para a elaboração do trabalho de Mestrado em Educação, especialidade Didática de Matemática, que estou a realizar no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Por favor, responda com clareza e de forma completa às questões, pois garanto o anonimato e a confidencialidade das respostas.

Agradeço a sua colaboração e disponibilidade, indispensáveis para a realização deste trabalho.

Bié, # de agosto de 2016

Amado Leonardo André

Os seus dados Pessoais

Idade: _____ anos

Sexo: M_____ F_____

Profissão: _____

Tarefa 1 - “Inquérito a um grupo de compradores de carro”*

Foi feito um inquérito aos compradores de 40 carros novos, da mesma marca e modelo, para determinar quantas reparações ou substituições de peças foram feitas durante o primeiro ano de utilização dos carros. Obtiveram-se os seguintes resultados:

1	4	1	2	2	3	3	2	1	2
3	2	3	1	0	1	2	7	4	3
5	1	2	4	2	1	3	1	0	1
2	1	1	3	1	0	4	2	3	5

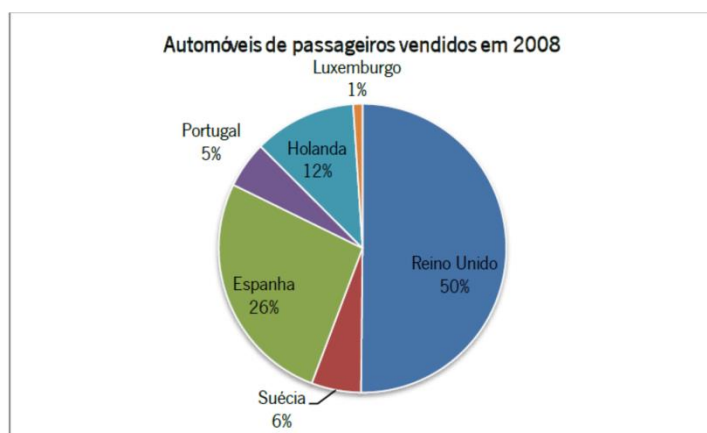
Com base nos dados:

1. Constrói um quadro de distribuição de frequências absolutas e relativas.
2. Constrói um gráfico para representar os dados. Justifique a sua escolha por esse tipo de gráfico, referindo as vantagens em relação a outro tipo de gráficos que conhece e ao quadro construído na questão anterior.
3. Durante o primeiro ano de utilização do carro, a marca só repara ou substitui até 2 peças, sem custos para o proprietário. As reparações adicionais, caso sejam necessárias, terão que ser pagas pelo proprietário. Compraria este modelo de carro? Justifique em que baseou a sua resposta.
4. Qual foi o número médio de reparações ou substituições de peças feitas durante o primeiro ano de utilização dos carros? Explique o significado do valor encontrado.

* Adaptado de Reis, E. (2012). *Estatística Descritiva*. Lisboa: Edições Sílabo.

Tarefa 2 - “Automóveis vendidos”*

No gráfico circular seguinte estão representadas as percentagens de automóveis vendidos em alguns países da Europa. Sabe-se que, em 2008, no Reino Unido foram vendidos 2 131 794 automóveis. Analisa o gráfico e responde às questões que se seguem.



1. Qual a percentagem de automóveis vendidos em Portugal, em 2008?
2. Quantos automóveis foram vendidos em Portugal, nesse mesmo ano?
3. O número de automóveis vendidos em Espanha é superior ou inferior a 50% do número de automóveis vendidos no Reino Unido, em 2008? Justifique.
4. Faz duas afirmações, uma verdadeira e outra falsa, sobre a informação apresentada no gráfico.
5. Sendo o Luxemburgo considerado um país rico, porque é que o número de automóveis vendidos é o menor de todos? Indica uma justificação possível para esta situação.

* Adaptada de GAVE (2009). *Proposta de sequência de tarefas para o 7.º ano - 3.º ciclo.*

Tarefa 3 - “Vamos pesar laranjas”*

A professora de Ciências Naturais pediu aos alunos de uma turma para levarem para a aula uma ou duas laranjas, pois iam fazer uma atividade, em que procurariam recolher informação sobre o peso das laranjas. Pesadas as laranjas os pesos, em grama, obtidos foram os seguintes:

152 142 157 168 167 172 133 153 166 144 148 138 137 145
147 134 149 151 156 151 152 151 168 154 153 140 175 164
176 148 172 139 160 164 174 154 150 162 151 163 141 146

Responde às seguintes questões:

1. O que é que se está a estudar? Estes dados resultam de uma contagem, ou de uma medição?
2. Organiza os dados num caule-e-folhas.
 - a. Qual é o peso predominante nas laranjas?
 - b. Será verdadeira ou falsa a seguinte afirmação “Mais de metade das laranjas tem um peso inferior a 170 gramas”? Justifique a sua resposta.
3. Completa a tabela apresentando todos os cálculos.

Peso das laranjas	Frequência absoluta	Frequência relativa
[130, 140[5	0,12
[140, 150[
[150, [0,31
[160, 170[9	0,21
[, 180]	5	
Total	42	1

4. Representa os dados da tabela num histograma. O que podes dizer globalmente sobre o peso das laranjas?
5. Compara a representação em caule-e-folhas obtida na questão 2 com o histograma. O que observas?
6. Qual é a percentagem de laranjas com peso superior ou igual a 160? Mostra como chegaste à tua resposta.

* Adaptada de Martins, M. E. G., Loura, L. C., & Mendes, M. F. (2009). *Análise de dados*. Lisboa: DGIDC.

Tarefa 4 – “Quantos segundos se consegue estar sem respirar”*

Um grupo de alunos de uma turma averiguou quantos segundos conseguiam estar sem respirar. Ao realizarem esta experiência na turma, os alunos obtiveram os valores que estão representados no caule-e-folhas seguinte:

2	3 7
3	5 7 7 8 8 8 9
4	0 1 4 6 6 7 8 8
5	2 3 4 5 7 9
6	0 2 3 5 8

1. Quantos alunos tem a turma? Explique como encontrou esse valor.
2. Quantos segundos esteve sem respirar o aluno que aguentou menos tempo? E o aluno que aguentou mais tempo?
3. Qual é o tempo médio que estes alunos conseguem estar sem respirar?
4. Qual é a percentagem de alunos que aguenta estar sem respirar mais tempo do que o tempo médio da turma?
5. Completa a frase:

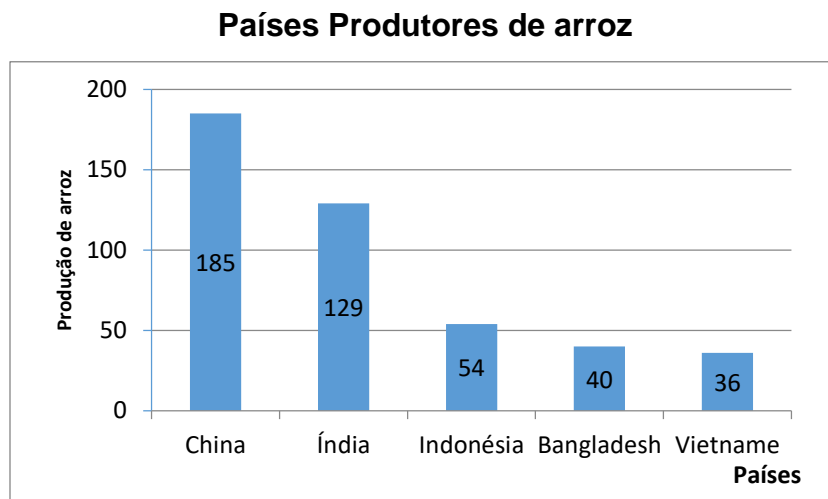
“Exatamente 50% dos alunos consegue estar sem respirar mais do que... segundos.”

6. Qual é a medida estatística que corresponde a esta informação?
7. Construa um gráfico para representar os dados. Justifique a sua escolha por este tipo de gráfico.

* Adaptada de Martins, M. E. G., Loura, L. C., & Mendes, M. F. (2009). *Análise de dados*. Lisboa: DGIDC.

Tarefa 5 – “Países Produtores de Arroz”*

Em 2005, foram produzidos 619 milhões de toneladas de arroz, a nível mundial. O gráfico seguinte apresenta, em milhões de toneladas, a produção dos principais países produtores de arroz.



1. A partir da informação do gráfico, indique qual das afirmações seguintes é falsa e justifique a resposta:

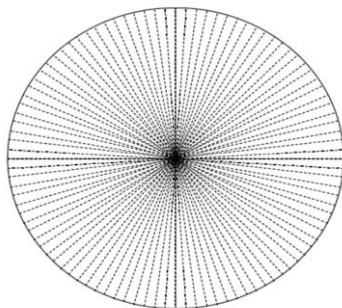
- (A) A China é o maior produtor de arroz.
- (B) A produção de arroz da Índia e do Bangladesh representou menos de um quarto da produção total de arroz a nível mundial.
- (C) A produção de arroz da Indonésia foi superior à do Vietname.

2. Formule uma questão que possa ser respondida com informação obtida a partir do gráfico.

3. Explique uma possível forma de distribuir a produção total de arroz destes 5 países para que todos fiquem exatamente com a mesma quantidade. Assinale no gráfico uma linha correspondente a essa quantidade.

4. A partir dos dados do gráfico acima construa um gráfico circular.

Sugestão: use a representação seguinte onde estão marcadas 100 secções do círculo.



5. Em 2005, que percentagem da produção mundial de arroz representou a produção destes 5 países? Justifique.

* Adaptada de GAVE (2009). *Proposta de sequência de tarefas para o 7.º ano - 3.º ciclo.*

Tarefa 6 - “Ordenados na empresa”*

Numa pequena empresa pagam-se os seguintes ordenados mensais:

Ordenados (em euros)	2000	600	550	700	450	Total
N.º de funcionários	3	4	7	5	9	28

1. Indica a moda dos ordenados mensais e explica o seu significado.
2. Encontra o valor da mediana dos ordenados mensais e explica o significado do valor encontrado.
3. Calcula a média dos ordenados mensais dos funcionários e explica o significado do valor encontrado.
4. Qual das medidas estatísticas (média ou mediana) melhor descreve globalmente os ordenados desta empresa? Justifique a sua escolha.
5. Vamos imaginar que os ordenados da gerência aumentaram de 2000 para 2500 euros e que os outros trabalhadores mantiveram o seu ordenado. Que alterações se verificam no valor da média e da mediana dos ordenados? Justifique a sua resposta.
6. Quando os gerentes da empresa afirmaram que “O ordenado médio dos funcionários da empresa é de 707 euros”, os funcionários discordaram. Com base nas questões anteriores tenta encontrar justificação para a frase dos gerentes e para a posição dos funcionários.

*Adaptada de Cadima, S. (2013). *Tratamento de dados no 7.º ano de escolaridade: medidas estatísticas* (Relatório de Mestrado). Universidade de Lisboa, Portugal.

(Anexo 3)

Tarefa 1 – “O parque da Pequenada”*

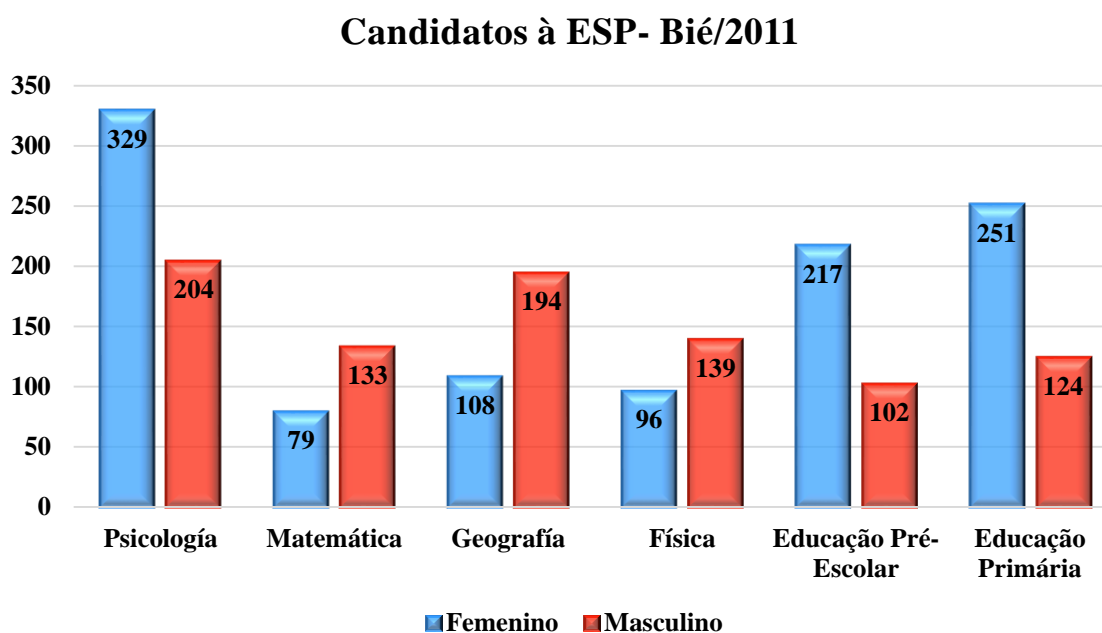
No jardim-de-infância “O Parque da Pequenada” questionaram-se as crianças com mais de 3 anos de idade relativamente ao tipo preferido de bebida. Das 160 crianças inquiridas, 30 indicaram o leite como bebida preferida, 10 referiram a água, 40 disseram os sumos naturais e 80 referiram os refrigerantes.

- a) Identifica e classifica a variável em estudo.
- b) Constrói uma tabela de distribuição de frequências absolutas e relativas para representar os dados.
- c) Qual é a bebida que foi indicada como preferida por um quarto do total das crianças?
- d) Constrói um gráfico para representar os dados relativos à bebida preferida das crianças e justifica porque é que a opção por este gráfico é adequada.
- e) Comente a seguinte afirmação: “Mais da metade das crianças afirmaram que preferem os refrigerantes”.

* Adaptado de Afonso, A. & Nunes, C. (2011). Probabilidade e Estatística. Lisboa: Escolar Editora.

Tarefa 2 – “Candidatos ao acesso à ESP-Bié/2011”*

O gráfico abaixo representa o número de candidatos a frequentar os cursos de Licenciatura ministrados na Escola Superior Pedagógica do Bié, no ano académico 2011:



- Qual dos cursos apresenta o maior número de candidatos?
- Representa os dados do gráfico numa tabela.
- “Os candidatos aos cursos de Matemática e de Física representam menos de 25% do total dos candidatos nesse mesmo ano”. Classifica esta afirmação como verdadeira ou falsa, justificando a tua resposta.

Faz duas afirmações, uma verdadeira e outra falsa, sobre a informação apresentada no gráfico.

* Nascimento, R. M. (2017). *Material de Apoio da disciplina de Estatística Aplicada à Educação*: Casa Gráfica.

Tarefa 3 – “Vamos comparar a temperatura entre Cuíto e Luanda”*

Durante duas semanas, cada um dos 28 alunos de uma turma ficou encarregue de registar a temperatura mínima observada num dos 14 dias, no Cuíto e em Luanda.

Essas temperaturas foram registadas diariamente numa tabela idêntica à seguinte:

<i>Dias</i>	<i>18/2</i>	<i>19/2</i>	<i>20/2</i>	<i>21/2</i>	<i>22/2</i>	<i>23/2</i>	<i>24/2</i>	<i>25/2</i>	<i>26/2</i>	<i>27/2</i>	<i>28/2</i>	<i>01/3</i>	<i>02/3</i>	<i>03/3</i>
<i>Cidade</i>														
Cuito	16	17	16	16	16	15	15	17	17	16	16	15	16	16
Luanda	26	25	25	25	25	27	26	26	26	26	26	26	26	26

Fonte: INAMET, Fevereiro de 2018

- Qual foi a temperatura máxima registada? E a mínima?
 - Qual foi a amplitude das temperaturas no Cuíto? E em Luanda?
 - Constrói o diagrama de caule-e-folhas referente às temperaturas nas duas cidades.
 - Como base no diagrama anterior, compara as temperaturas das duas cidades nestes dias.
 - Se fosses visitar uma destas cidades, optando pela mais quente, qual é que visitarias?
- Justifica a tua resposta?

* Adaptada de GAVE (2009). *Proposta de sequência de tarefas para o 7.º ano - 3.º ciclo*.

Tarefa 4 – “Urbanização de uma determinada câmara”

Enquadrado na política de urbanização de uma determinada câmara municipal, relacionada com a definição obrigatória dos espaços verdes, foram aprovados 100 projetos de construção de pequenos jardins nesse concelho. A tabela seguinte apresenta as áreas, em m^2 , dos referidos jardins:

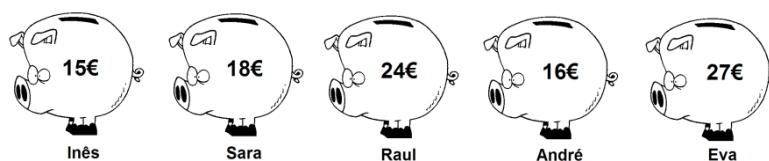
Áreas em m^2	[300; 600[[600; 900[[900; 1200[[1200; 1500[[1500; 1800]
Nº de jardins	50	30	9	5	6

- Identifica a variável em estudo e classifica-a.
- Completa a tabela com as frequências relativas, frequências absolutas acumuladas e frequências relativas acumuladas.
- Faz duas afirmações, uma verdadeira e outra falsa, sobre a informação apresentada na tabela.
- Representa os dados num gráfico à tua escolha e justifica o porquê dessa escolha.
- Qual é o intervalo de área que inclui o maior número de jardins?
- Qual é a percentagem de projetos de construção de pequenos jardins com área inferior a $900\ m^2$? Mostra como chegaste à tua resposta.

* Adaptado de Afonso, A. & Nunes, C. (2011). Probabilidade e Estatística. Lisboa: Escolar Editora.

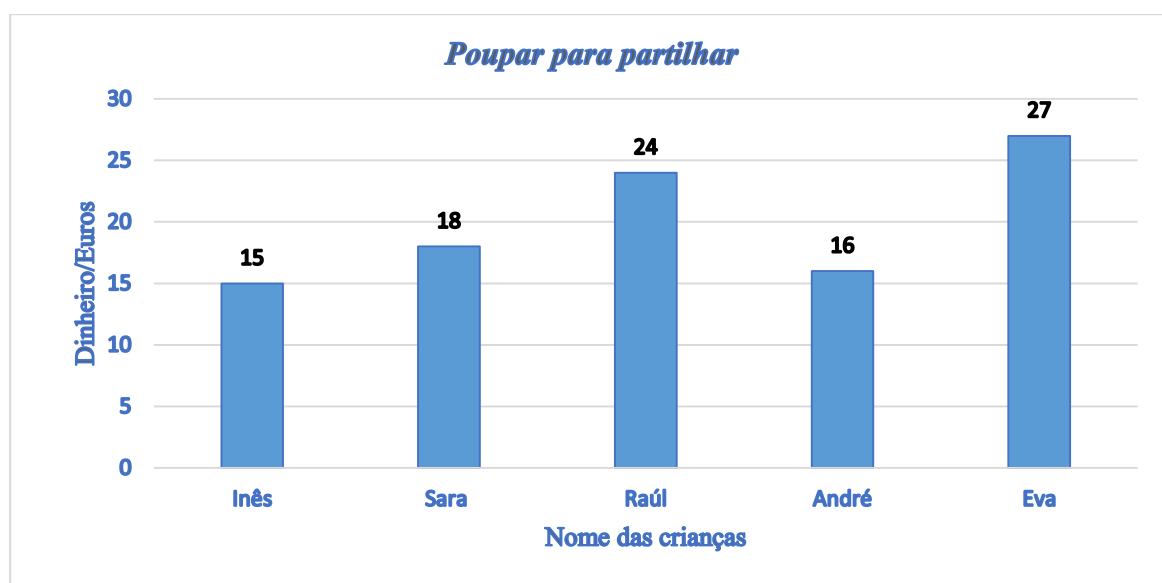
Tarefa 5: Poupar para partilhar

1. A Inês, a Sara, o Raul, o André e a Eva estão a angariar dinheiro para uma viagem de estudo. Observa as quantias que cada uma das crianças conseguiu angariar.



1.1. Os cinco amigos decidiram juntar todo o dinheiro obtido e dividir igualmente pelos cinco. Com que dinheiro ficou cada uma das crianças?

1.2. Observa o gráfico que representa a quantia que cada uma das crianças tinha no seu mealheiro.



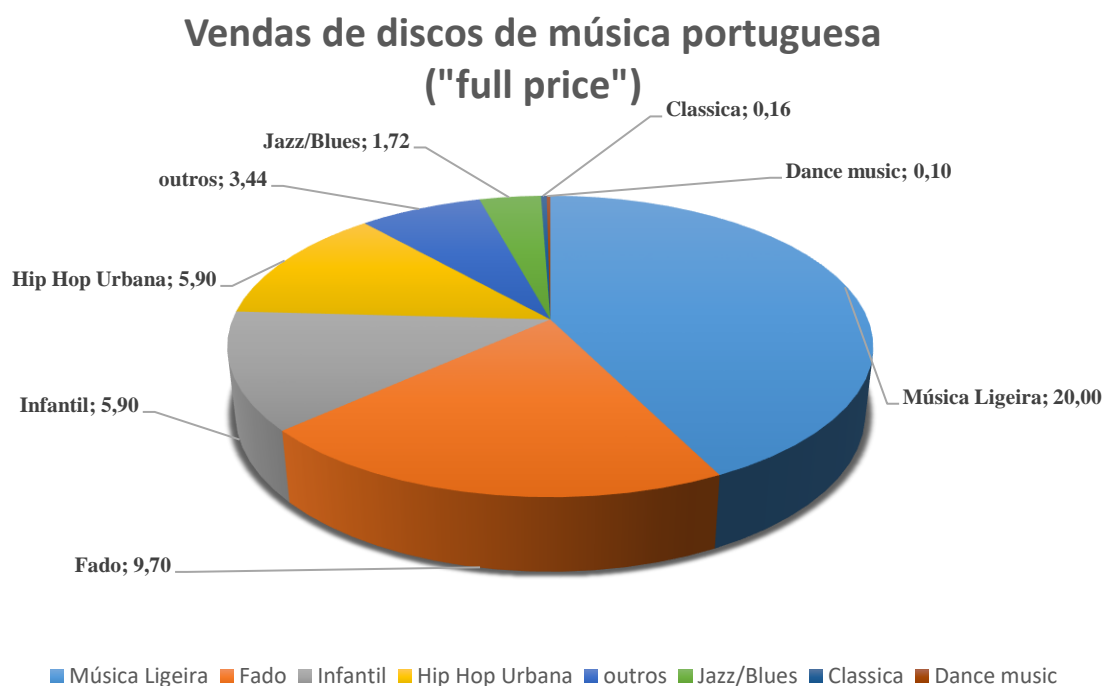
1.2.1. Assinala a vermelho a linha correspondente à quantia com que cada uma das crianças ficou no final da divisão.

1.2.2. Explica uma possível forma de distribuir a quantia existente em cada um dos mealheiros para que cada criança ficasse exatamente com a mesma quantia.

Tarefa 6: Mercado discográfico

Lê a seguinte notícia.

Mercado discográfico caiu 13,6% em 2007. O mercado português da música gravada faturou no ano passado 50 645 892 euros. Menos 13,6 por cento que em 2006, em números que somam as vendas de discos (incluindo cassetes), DVD musical e mercado digital. Nas vendas de música portuguesa em full price (ou seja, os novos lançamentos), que somam em conjunto 1 127 622 unidades, 53% das vendas correspondem a discos de pop/rock.



Fonte: Diário de Notícias 6 de Abril de 2008

A partir da informação contida no gráfico, responde às questões que se seguem.

1. Em relação à venda de discos de música portuguesa em 2007, qual das afirmações seguintes é **falsa**? Justifica a tua resposta.

- a) Mais de metade dos discos vendidos foram de Pop/Rock.
- b) Os discos de dance música foram os menos vendidos.
- c) Os discos de música ligeira e fado representaram menos de um quarto do total de vendas.
- d) A venda de discos de música infantil foi superior à de música clássica

**Adaptada de Gregório, H. M. S. P. (2012). O desenvolvimento da literacia estatística no 5.º ano: O contributo de uma unidade de ensino (Relatório de Mestrado). Universidade de Lisboa, Portugal.*

Tarefa 7: Perfil Epidemiológico

Angola é um país grande e belo. Faz parte do continente africano. Pela sua extensão, é um dos maiores países de África. Angola apresenta um deficiente sistema de saúde. A província do Bié apresentou no quinquénio 2013-2017 um perfil epidemiológico onde se destaca o número de casos e de óbitos, conforme ilustra a tabela:

<i>Situação Epidemiológica</i>						
Doenças/Ano		2013	2014	2015	2016	2017
Malária	Casos					
	Óbitos					
Doenças Respiratórias Agudas	Casos					
	Óbitos					
Doenças Diarreicas Agudas	Casos					
	Óbitos					
Doenças Hipertensivas	Casos					
	Óbitos					
Anemias	Casos					
	Óbitos					
Diabetes	Casos					
	Óbitos					

Fonte: Direção Provincial da Saúde do Bié

1. Completa a tabela com os dados a serem recolhidos.
2. Em que ano se registou o maior número de casos e de óbitos?
3. Em que ano se registou o menor número de casos e de óbitos?
4. Qual é a epidemia com maior número de casos e de óbitos?
5. Representa os dados das diversas epidemias referente ao ano de 2016 num gráfico à tua escolha e justifica a escolha do gráfico.

Tarefa 8 - Um estudo na Escola Superior Pedagógica do Bié*

Queremos caracterizar os alunos da Escola Superior Pedagógica do Bié, no que diz respeito a algumas medidas como por exemplo: altura, peso e número de sapato.

Parte I

1. Qual é a população em estudo?
2. Que informação pensas ser necessária recolher para o estudo proposto e como deves proceder para recolher os dados.
3. Classifica as variáveis a estudar.

Parte II

1. Responde as questões que se seguem com base nos dados que recolheste:
 - a) Para cada variável, determina a amplitude.
 - b) Para cada variável, qual é o valor mais frequente?
 - c) Para cada variável, qual é o valor da mediana?
 - d) Para cada variável, calcula a média dos dados.
 - e) A moda, a mediana e a média são três medidas estatísticas que podes usar na caracterização de um conjunto de dados. Para cada variável, qual destas medidas, pensas que dá uma melhor ideia acerca do conjunto de dados? Porquê?
 - f) Representa os dados em tabelas de frequência.
 - g) Um conjunto de dados pode ser representado de muitas maneiras diferentes: tabelas, diagramas, gráficos, etc. Escolhe a representação que no teu entender, dá uma melhor visão da distribuição dos dados, para cada variável. Justifica a tua escolha.

Parte III

1. Elabora um relatório com a caracterização dos alunos da Escola Superior Pedagógica do Bié, no que diz respeito às variáveis em estudo.

**Adaptada de OTD (2010). Proposta de sequência de tarefas para o 8.º ano - 3.º ciclo*